

Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie

Sommersemester 2017, TU Berlin

»Es bringt uns nämlich nicht weiter, die rätselhafte Seite am Rätselhaften
pathetisch oder fanatisch zu unterstreichen; vielmehr durchdringen wir
das Geheimnis nur in dem Grade, als wir es im Alltäglichen wiederfinden,
kraft einer dialektischen Optik, die das Alltägliche als undurchdringlich,
das Undurchdringliche als alltäglich erkennt.«

*"For histrionic or fanatical stress on the mysterious side of the mysterious
takes us no further; we penetrate the mystery only to the degree that
we recognize it in the everyday world, by virtue of a dialectical optic that
perceives the everyday as impenetrable, the impenetrable as everyday."*

Walter Benjamin

Motto,
aus der Ausstellung „Surreale Sachlichkeit“.
Sammlung Scharf-Gerstenberg, Berlin-Charlottenburg,
13.10.2016-23.04.2017.

Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie

Sommersemester 2017, TU Berlin

Gliederung der Vorlesung (korrigierte Fassung)

1. Einführung, Motivation, Überblick
v. d. Lühe: „Zwischen Verfall und Verfeinerung: Thomas Manns ‚Buddenbrooks‘ als Epochendiagnose“
2. Klassisches Teilchenbild: Konzept der Newtonschen Mechanik
3. Klassisches Wellenbild: Elektromagnetismus, Maxwell-Gleichungen
4. Ausgewähltes zur Thermodynamik
5. Beginn der Quantentheorie
6. Fundamentale Krise der Physik
7. Mathematische Bemerkung
8. Grundstruktur der Quantentheorie
9. Zur Interpretation der Quantentheorie
10. Exemplarische Folgerungen von Quantenkorrelationen
11. Die Atombombe als ethische, politische und wissenschaftliche Herausforderung
12. Interdisziplinäre Perspektiven

I. Einführung, Motivation, Überblick

Die Quantentheorie ist die physikalische Grundlagentheorie, die alles materielle Geschehen beschreibt. Sie entstand zwischen 1900 und 1925 und erschüttert mit ihrem revolutionären Ansatz das Denken der klassischen Physik, deren mathematische Prinzipien Isaac Newton 1687 verfasst hatte.

Der Gegenstand, den die klassische Physik beschreibt, sind zum einen materielle Körper, zum anderen Wellen. Billiard-Kugeln, Baumstämme, Planeten sind Beispiele physikalischer Körper.

Sie sind anschaulich und lassen sich anfassen und begreifen.

Auch Wasserwellen sind unmittelbar anschaulich.

Schallwellen lassen sich (als stehende Wellen im „Kundtschen Rohr“ mit Hilfe von Sägemehl) sichtbar machen.

Ähnlich bei stehenden elektromagnetischen Wellen: Eisenfeilspäne richten sich im magnetischen Feld aus, das zur elektromagnetischen Welle gehört, und machen den räumlichen Verlauf der Welle sichtbar.

Die Objekte der klassischen Physik bewegen sich anschaulich in Raum und Zeit.



Körper haben Masse und nehmen Raum ein

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Einführung.



Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Einführung.



Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Einführung.



In der klassischen Physik sind Objekte entweder materielle Körper oder Wellen.

Es gilt die klassische, Aristotelische Logik des **„Entweder-Oder“**.

Wenn wir uns materielle Körper aus kleinen materiellen Teilchen (Korpuskeln) zusammengesetzt vorstellen, dann stehen in der klassischen Physik die Konzepte Teilchen und Welle einander gegenüber. Das Teilchenkonzept liegt der Newtonschen Mechanik zugrunde, das Wellenkonzept der Huygensschen Optik, die in der Maxwellschen Elektrodynamik aufgeht.

In der Quantentheorie treten am selben Objekt sowohl Teilcheneigenschaften als auch Welleneigenschaften auf.

Damit gilt in der Quantentheorie die Logik des **„Sowohl-Als-Auch“**. Sie wird als Quantenlogik bezeichnet.

Sie unterscheidet sich fundamental von der klassischen Logik.

Das „Sowohl Teilchen, als auch Welle“ drückt eine Dialektik aus zwischen der „These“ Teilchenbild und der „Heterothese“ („andere“ These) Wellenbild.

Die Quantenlogik lässt sich nicht in eine klassische Logik einbetten [1].

Damit gibt es keinen logisch konsistenten Weg von der klassischen Physik zur Quantentheorie.

[1] E. P. Specker: „Die Logik nicht gleichzeitig entscheidbarer Aussagen“. Dialectica 14 (1960), S. 239-246.

Simon Kochen, E.P. Specker: „The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics“, in „The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics“, Vol. I: Historical Evolution, C.A. Hooker (editor). D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht - Holland / Boston - USA, 1975, p. 293-328.

Die Quantentheorie führt eine völlig neue Betrachtungsweise in die Physik ein.
Der dramatische Preis dafür ist der Verlust der räumlichen Anschaulichkeit.
Ein Objekt, das zugleich Teilchen und Welle ist, können wir uns räumlich nicht vorstellen.

Dieses neue Denken ist eine Stimulation und eine Herausforderung über die Physik hinaus.
Es ist eine Einladung, das interdisziplinäre, das Disziplinen übergreifende Potential der Quantentheorie auszuloten.

Einen dialektischen Umgang mit zueinander gegensätzlichen, miteinander korrespondierenden Begriffen kennt die Philosophie seit alters, nicht erst seit Schelling (1775-1854), Hegel (1770-1831) und Marx (1818-1883). Bereits Heraklit von Ephesos (550-480) arbeitet mit einer dialektischen Einheit von Gegensätzen [2]. Doch wird der Begriff Dialektik in der Philosophie vielschichtig und keineswegs eindeutig verwandt. In der spätantiken Bildung gehört das Fach Dialektik zu den sieben Artes liberalis (freie Künste), die im Mittelalter in Quadrivium [3] und Trivium unterteilt werden; Dialektik gehört (mit Grammatik und Rhetorik) zum Trivium (Dreiweg).

Die Stärke der Quantentheorie liegt in der mathematisch präzisen Formulierung der Dialektik von These und Heterothese. Die Synthese ist das mathematisch geregelte Aushalten der Spannung von These und Gegenthese.

[2] „Griechische Atomisten. Texte und Kommentare zum materialistischen Denken der Antike“. Reclam-Verlag Leipzig, 1991, S.11.

[3] Das Quadrivium (Vierweg) bilden die mathematischen Disziplinen Arithmetik, Geometrie, Astronomie, Musik.

Diese Vorlesung will Grundlagen und Konzepte der Quantentheorie vorstellen und die Interpretation, die Deutung der Quantentheorie thematisieren. Darüber hinaus will sie interdisziplinäre Perspektiven skizzieren. Die Vorlesung wird sich an der geschichtlichen Entwicklung der Quantentheorie orientieren.

Dem Zeitraum von 1900 bis 1925 gilt besondere Beachtung. Dieses Vierteljahrhundert beginnt mit dem Pionierbeitrag von Max Planck, der die **Quantentheorie** konstituiert. Und es erstreckt sich bis zur grundlegenden Arbeit von Werner Heisenberg, die den Beginn der **Quantenmechanik** markiert.

Es fällt auf, dass sich von 1900 bis 1925 auch außerhalb der Physik radikale Umwälzungen anbahnen und vollziehen.

Um die Jahrhundertwende vom 19. zum 20. Jahrhundert macht sich in der **Literatur**, in der **Kunst**, in der **Musik** eine stilübergreifende „Fin de siècle“-Stimmung breit. Euphorie über den technischen und industriellen Fortschritt paaren sich mit Zukunftsangst und Endzeitstimmung, getriggert durch das Zerschneiden gewohnter sozialer Strukturen. Bürgerliche Normen erodieren, Morbidität, Dekadenz, Frivolität mischen sich und werden ästhetisch inszeniert. Beispielsweise Thomas Manns „Buddenbrooks“ (1901) und „Der Tod in Venedig“ (1913) repräsentieren dieses Lebensgefühl. Robert Musils „Der Mann ohne Eigenschaften“ thematisiert den Verlust des Weltbilds. Die Handlung des Romans findet in Wien 1914 statt, am Vorabend des Weltkriegs. Der Niedergang der k. u. k. Monarchie ist zu spüren. Der Maschinenbauingenieur Musil zeichnet die Handelnden seines Romans mit naturwissenschaftlicher Präzision.

Die Endzeitstimmung, die Zukunftsangst sind nicht ohne einen harten physikalischen Kern. Rudolf Clausius (1822-1888) prägte am 24. April 1865 in Zürich in einem grundlegenden Vortrag zum **Zweiten Hauptsatz der Wärmelehre** den Begriff der Entropie. Am Ende des Vortrags spricht er die beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie in folgender einfacher Form aus [4]:

1. Die Energie der Welt ist constant.
2. Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.

Henri Poincaré (1854-1912) bezeichnet diesen thermodynamischen Gleichgewichtszustand als einen „Endzustand, der eine Art Tod darstellt“, in dem „alle Körper bei derselben Temperatur in Ruhe“ sind [5]. Ist diese zutiefst deprimierende Erkenntnis das letzte Wort der Physik?

Ludwig Boltzmann (1844-1906) widmet einen zentralen Teil seiner breiten wissenschaftlichen Arbeit (zuletzt wieder in Wien) intensiv der Frage nach der Irreversibilität aller naturgesetzlichen Vorgänge. Trotz genialer Beiträge zum Entropiebegriff [6] und zur Dynamik dissipativer Systeme bleibt die Ursache der Irreversibilität letztlich im Dunkeln. Wie seine Motive zum Selbstmord.

Wir kommen auf die Frage nach der Irreversibilität im letzten Teil der Vorlesung zurück. Den Schlüssel zu einer Antwort wird die Quantentheorie bereithalten.

- [4] Rudolf Clausius: „Ueber verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie“. Annalen der Physik und Chemie 125 (1865), S.353. Vorgetragen in der naturforschenden Gesellschaft zu Zürich den 24. April 1865.
- [5] Henri Poincaré: „Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique“. Acta Mathematica 13 (1890), S. 1.
- [6] Ludwig Boltzmann: „Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung, respective den Sätzen über das Wärmegleichgewicht“. Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Klasse IIa, 76 (1877), S. 373.

Zurück zum kulturellen, künstlerischen, gesellschaftlichen Umfeld zu Beginn des 20. Jahrhunderts. 1900 veröffentlicht Sigmund Freud (1856-1938) das als eine Zeitenwende wahrgenommene Buch „Die Traumdeutung“ [7]. Er legt eine systematische Entschlüsselung der Traumsprache vor und bahnt einen Weg zum Unbewussten (den Königsweg, die sicherste Grundlage der Psychoanalyse, wie Freud selbst festhält). Damit erschließt er die Psychoanalyse als wissenschaftliches Feld. Einen Bezug zur Quantentheorie stellt der Dialog her, den Carl Gustav Jung, Schüler und Kollege von Freud, und Wolfgang Pauli, einer der Pioniere der Quantentheorie, in den 1930er bis 1950er Jahren führten [8].

Der Umbruch in der Musik im ersten Viertel des 20. Jahrhunderts ist markant. Arnold Schönberg (1874-1951) führt die Atonalität in seinen Kompositionen ein und vollzieht schließlich den Schritt zum Zwölfton-System. Alle 12 Halbtonabstände einer Oktave werden gleich groß gemacht. Das „pythagoreische Komma“ wird dadurch eliminiert. So wird beispielsweise die wohltemperierte Stimmung gegenstandslos, die J. S. Bach eingeführt und im „Wohltemperierten Klavier“ perfektioniert hat [9]. Schönberg und seine Schüler wie Alban Berg, Anton von Webern, Hans Eisler etablieren einen radikal neuen Stil, der mit den vorausgehenden Musiktraditionen bricht. Frappierend, wie der neue Stil zunächst radikal abgelehnt und nach dem Ersten Weltkrieg begeistert angenommen wird [10].

[7] Sigmund Freud: „Die Traumdeutung“. Erstveröffentlichung, Verlag Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 1900. (Ausgeliefert 1899.) Zitiert nach der Ausgabe Fischer-Verlag, Frankfurt a. M., 1993.

[8] „Der Pauli-Jung-Dialog“, H. Atmanspacher, H. Primas, E. Wertenschlag-Birkhäuser (Hrsg.). Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1995.

[9] Siehe Kapitel I in [8], S. 51 ff.

[10] Skandalkonzert mit Werken von Schönberg (I. Kammer-sinfonie, 1906) und Schülern, am 31. März 1913 im Konzertsaal des Musikvereins in Wien. wikipedia.org/wiki/Skandalkonzert_1913.

Im ersten Viertel des 20. Jahrhunderts findet in der bildenden Kunst eine radikale Umwälzung statt. 1916 proklamiert ein künstlerisch-literarischer Zirkel im Cabaret Voltaire in Zürich den **Dadaismus**. Unter dem Eindruck des I. Weltkriegs entfachen die Künstler eine „Literatur- bzw. Kunstrevolution als Synthese aus kubistischen, futuristischen und expressionistischen Tendenzen“ (Meyers Enzyklopädisches Lexikon). Die Bewegung entwickelt sich weiter in Berlin. U. a. gehören Hans Arp und Hannah Höch zum Kreis der Dadaisten.

In Paris geht der Dadaismus im entstehenden Surrealismus auf. Im Manifest des **Surrealismus** von 1924 schreibt André Breton [11]:

„Wir leben noch unter der Herrschaft der Logik ... Aber die logischen Methoden unserer Zeit wenden sich nur noch der Lösung zweitrangiger Probleme zu. Der nach wie vor führende Rationalismus erlaubt lediglich die Berücksichtigung von Fakten, die eng mit unserer Erfahrung verknüpft sind. Die Ziele der Logik hingegen entgehen uns. Unnötig, hinzuzufügen, daß auch der logischen Erfahrung Grenzen gezogen wurden. Sie windet sich in einem Käfig ...“

[11] André Breton: „Die Manifeste des Surrealismus“. rowohlt's enzyklopädie, Reinbek bei Hamburg, 1986, 10. Auflage 2001.

Breton gibt folgende Definition des Surrealismus [11, S. 26]:

„Reiner psychischer Automatismus, durch den man mündlich oder schriftlich oder auf jede andere Weise den wirklichen Ablauf des Denkens auszudrücken sucht. Denk-Diktat ohne jede Kontrolle durch die Vernunft, jenseits jeder ästhetischen oder ethischen Überlegung.“

Und er zitiert den Eintrag in der Enzyklopädie:

„Der Surrealismus beruht auf dem Glauben an die höhere Wirklichkeit gewisser, bis dahin vernachlässigter Assoziationsformen, an die Allmacht des Traumes, an das zweckfreie Spiel des Denkens.“
Den Surrealismus prägen u. a., neben Arp, Max Ernst, Salvador Dali, Joan Miro, Marcel Duchamp, René Magritte.

Neben Literatur, Kunst, Musik sei auf eine Entwicklung in der Theologie im ersten Viertel des 20. Jahrhunderts hingewiesen: auf die Entwicklung der sogenannten dialektischen Theologie. Nach dem Weltkrieg stellt sich in der Theologie die Frage nach dem Gottesverständnis radikal. Wirkungsgeschichtlich ist Karl Barths Kommentar „Der Römerbrief“ [12] bedeutend. Er entwirft einen „ganz anderen“ Gottesbegriff und betont die Widersprüchlichkeit Gottes, die er dialektisch ausformuliert.

[12] Karl Barth: „Der Römerbrief“. Unveränderlicher Abdruck der neuen Bearbeitung von 1922, Theologischer Verlag Zürich, 1978.

Die „**Urkatastrophe des 20. Jahrhunderts**“ [13]

Was ist zwischen 1914 und 1918 passiert?

1914 Jubel über den Kriegsbeginn! - 1918 liegt die alte Weltordnung in Trümmern.

Über 65 Millionen Soldaten mobilisiert; 8,5 Millionen Gefallene, über 21 Millionen Verletzte.

Der I. Weltkrieg hat die Qualität des Krieges total verändert, indem er Industrialisierung, Wissenschaft und Technik als wesentliche, kriegsentscheidende Ressource einbezogen hat.

Das amplifiziert und totalisiert das Kriegsgeschehen, die Verluste und die Schäden an der Gesellschaft erreichen einen unvorstellbaren Umfang.

Sinnloses Abschlachten von Menschen:

Verdun, 21.02.-12.07.1916, Stellungskrieg auf einem Schlachtfeld von 300 km², kaum eine Veränderung der militärischen Ausgangslage. 600 000 gefallene Franzosen und Deutsche ([14], S. 417).

An der Somme wird für die Briten der 1. Juli 1916 der blutigste Tag ihrer Kriegsgeschichte. Beim Sturm von 100 000 Soldaten auf die deutschen Stellungen sterben an einem einzigen Tag 20 000 Soldaten im Maschinengewehrfeuer, 40 000 werden verletzt ([14], S. 449).

Gaskrieg.

Krieg bis zur bedingungslosen Kapitulation. Etwas im 18. und 19. Jahrhundert in Europa Unbekanntes.

[13] Diese Formulierung geht auf den Historiker und US-Diplomaten George F. Kennan zurück. Zitiert in [14].

[14] Herfried Münkler: „Der Grosse Krieg. Die Welt 1914-1918“. Rowohlt, Berlin, 4. Auflage, 2014.



Mit einer Ahnung
was war, und was kommen wird?

Otto Nagel, Weddinger Jungen, 1928

*Ausstellung „Surreale Sachlichkeit“.
Sammlung Scharf-Gerstenberg, Berlin-Charlottenburg,
13.10.2016-23.04.2017.*

Welche Entwicklung ging diesem Geschehen im 19. Jahrhundert voraus?

Der britische Historiker Eric Hobsbawm (1917-2012) spricht vom „langen 19. Jahrhundert“, das er in einer Trilogie verhandelt:

- The Age of Revolution: 1789-1848 (Europäische Revolutionen)
- The Age of Capital: 1848-1875 (Die Blütezeit des Kapitals. Eine Kulturgeschichte der Jahre 1848-1875)
- The Age of Empire: 1875-1914 (Das imperiale Zeitalter)

[13] Diese Formulierung geht auf den Historiker und US-Diplomaten George F. Kennan zurück. Zitiert in [14].

[14] Herfried Münkler: „Der Grosse Krieg. Die Welt 1914-1918“. Rowohlt, Berlin, 4. Auflage, 2014.

Die historische Innovation des 19. Jahrhunderts ist die Industrialisierung, verbunden mit einer stürmischen Entfaltung von Naturwissenschaft und Technik. Anhand der Biografie eines der großen Pioniere dieser Entwicklung, anhand der Lebenserinnerungen von Werner v. Siemens [15] möchte ich ausgewählte Stationen und Schlaglichter aus dieser Zeit vergegenwärtigen.

Werner v. Siemens, *1816 in Lenthe (Königreich Hannover), †1892 in Berlin.

Sein Vater studierte Landwirtschaft in Göttingen.

„Er gehörte mit Herz und Sinn dem Teile der deutschen Jugend an, der unter den Stürmen der großen Französischen Revolution aufgewachsen, für Freiheit und Deutschlands Einigung schwärmte.“ (S. 14)

Nach der Zeit in Lenthe pachtete der Vater einen Gutshof in Mecklenburg. Werner wurde von der Großmutter und vom Vater unterrichtet. Mit 11 Jahren besuchte er die Bürgerschule.

Bei gutem Wetter ein Fußweg von 1 Stunde, bei schlechtem Wetter ritt er mit seinem Pony.

1829 engagierte der Vater einen Hauslehrer. Nach der Konfirmation trat Werner in die Obertertia (9. Klasse) des Lübecker Gymnasiums ein. Werner wollte sich auf die Bauakademie in Berlin vorbereiten.

Für ein Studium dort reichte das Geld der Familie nicht, bei der großen Geschwisterzahl und der wirtschaftlich schwierigen Lage der Landwirtschaft.

[15] Werner von Siemens, Lebenserinnerungen. Finanzbuchverlag, München, 2017.

Auf den Rat eines Lehrers wollte Werner in das preussische Ingenieurkorps eintreten, wo er dasselbe lernen kann wie auf der Bauakademie. Wegen langer Wartezeiten für die Aufnahme bewarb er sich in Magdeburg für die Artillerie. Sein Vater war einverstanden:

„So, wie es jetzt in Deutschland ist, kann es unmöglich bleiben. Es wird eine Zeit kommen, wo alles drunter und drüber geht. Der einzige feste Punkt in Deutschland ist aber der Staat Friedrichs des Großen und die preussische Armee, und in solchen Zeiten ist es immer besser, Hammer zu sein als Amboß.“ (S. 21)

1835: Berliner Artillerie- und Ingenieurschule: naturwissenschaftliche Ausbildung.

Unter seinen Lehrern: der Physiker Gustav Magnus, der Mathematiker Martin Ohm (Bruder von Georg Simon Ohm).

1838: Artillerie-Leutnant.

1839 stirbt die Mutter, 1840 der Vater. Als ältester Sohn muss er für die Geschwister sorgen. (Die jüngeren bekamen Vormünder.)

Truppendienst in Magdeburg und Wittenberg. Dabei naturwissenschaftliche Experimente (siehe S. 33). Sekundant bei einem Duell; 5 Jahre Festungshaft. In seiner Zelle richtet er sich ein Labor ein. Seine frühe Begnadigung unterbricht das Experimentieren.

1842: Artilleriewerkstatt Berlin.

1846: Erfindung des elektrischen Zeigertelegraphen.

- 1847: Umhüllung von Kabeln mit Guttapercha (natürlicher Gummi, ähnlich wie Naturkautschuk). Zusammen mit Johann Georg Halske gründet er die „Telegraphen-Bauanstalt von Siemens & Halske in Berlin“.
- 1848: unterstützt er die Kieler Bürgerwehr gegen dänische Seestreitkräfte. Entwicklung einer Seemine, um die Einfahrt der Schiffe zur Bombardierung der Stadt zu verhindern. Auftrag zu einer Telegraphenleitung von Berlin nach Frankfurt a. Main. Der Beschluss der deutschen Nationalversammlung in der Paulskirche, den preussischen König Friedrich Wilhelm IV. zum deutschen Kaiser zu wählen, wurde telegraphisch nach Berlin gemeldet. (Der lehnte eine solche Wahl ab.)
- 1849: Werner Siemens verlässt das Militär. Er ist jetzt selbständiger Unternehmer.
- 1860: Ehrendoktor der Berliner Universität.
- 1862-1865: Abgeordneter des Reichstags. Mitbegründer der deutschen Fortschrittspartei. (Zitat S. 210)
- 1866: Entwicklung eines elektrischen Generators auf der Basis des von ihm wissenschaftlich begründeten dynamoelektrischen Prinzips.
- 1867: Anlässlich der Weltausstellung in Paris in die Französische Ehrenlegion aufgenommen.
- 1874: Preußische Akademie der Wissenschaften.
- 1883: Votum für die Gründung einer staatlichen Forschungsinstitution.
- 1887 bewilligt der Reichstag die Mittel für die Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

Historischer Überblick

Pythagoras von Samos (570-480)	Zahl und Musik
Heraklit von Ephesos (550-480)	Dialektik
Zenon von Elea (490-430)	Paradoxien; Bewegung und Vielheit unmöglich
Leukipp, Demokrit (470-380)	Atomismus
Sokrates (470-399)	
Platon (427-347)	Akademie in Athen (387 v. Chr. - 529 n. Chr.)
Aristoteles (384-322)	Physik Teil der Philosophie, anders als Geometrie, Astronomie, Geographie
Claudius Ptolemäus (100-160)	mathematische Astronomie, geozentrisches Weltbild
Nikolaus Kopernikus (1473-1543)	heliocentrisches Weltbild
Giordano Bruno (1548-1600)	vertritt heliocentrisches Weltbild,

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Historischer Überblick.

Galileo Galilei (1564-1642)
Johannes Kepler (1571-1630)
René Descartes (1596-1650)
Christiaan Huygens (1629-1695)
Isaac Newton (4.1.1643 - 31.3.1727)

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

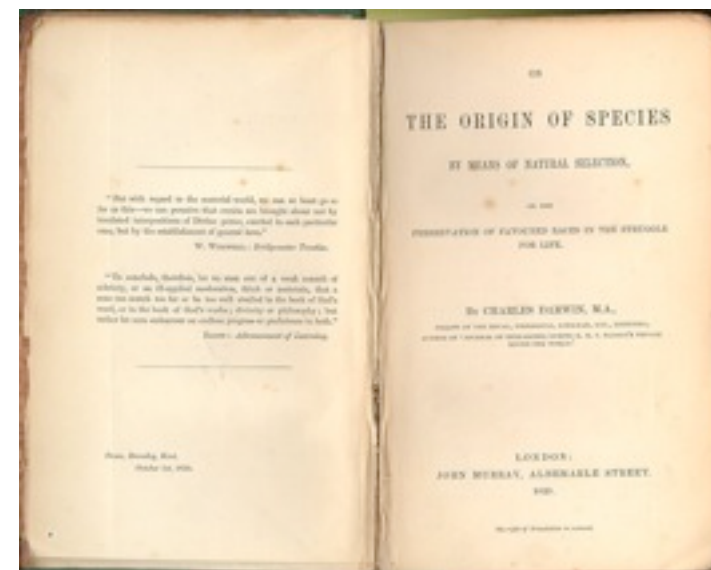
Michael Faraday (1791-1867)
Sadi Carnot (1796-1832)

Charles Darwin (1809-1882)

Pendelschwingung, freier Fall, benutzt Fernrohr (1609)
Optica (1603), 3 Keplersche Gesetze zur Planetenbewegung
“Discours de la méthode“ (1637), Analytische Geometrie
Traité de la lumière (1690)
(Gregorianischer Kalender; Julianischer Kalender: * 25.12.1642)
Gravitationsgesetz (1666),
Philosophiae naturalis principia mathematica (1687)
(Mathematische Prinzipien der Naturlehre)
Infinitesimalrechnung, Monadenlehre

verknüpft Elektrizität und Magnetismus, Induktionsgesetz (1831)
Gesetzmäßigkeit der Wärmeumwandlung (1824)

Evolutionstheorie
1859



it.wikipedia.org

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Historischer Überblick.

Robert Mayer (1814-1878)
Rudolf Clausius (1822-1888)
James Maxwell (1831-1879)
Josiah Williard Gibbs (1839-1903)
Ludwig Boltzmann (1844-1906)

1. Hauptsatz der Thermodynamik (1841)
2. Hauptsatz der Thermodynamik, Entropie (1865)
Elektrodynamik (1862), kinetische Gastheorie
Verteilungsfunktion für thermisches und chemisches Gleichgewicht
Kinetische Gastheorie, Entropie, irreversible Prozesse

Sigmund Freud (1856-1939)

Psychoanalyse



onthisdeity.org

Heinrich Hertz (1857-1894)

Nachweis elektromagnetischer Wellen (1886)

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Historischer Überblick.

Max Planck (1858-1947)
David Hilbert (1862-1943)
Albert Einstein (1879-1955)

Wirkungsquantum, Wärmestrahlung
Operatoren mit Spektrum, Hilbert-Raum
Relativitätstheorien, Photoelektrischer Effekt, Quantenkorrelationen

Max Born (1882-1970)
Niels Bohr (1885-1962)
Erwin Schrödinger (1887-1961)
Louis de Broglie (1892-1987)

Statistische Interpretation der Quantenmechanik
Atommodell, Korrespondenzprinzip
Nichtrelativistische Quanten-Dynamik (Schrödinger-Gleichung, 1926)
Welle-Teilchen-Dualismus (1924)

Wolfgang Pauli (1900-1958)
Werner Heisenberg (1901-1976)
Paul A. M. Dirac (1902-1984)

Wasserstoffatom, Quantenstatistik, Spin, Neutrino,
Matrizenmechanik, Unschärferelation
Relativistische Quanten-Dynamik (Dirac-Gleichung, 1927),
Antimaterie

Zenonsche Paradoxien als Anfrage an die Physik der Neuzeit [16]

1. Wettrennen zwischen Achilles und Schildkröte:

Achilles wird die Schildkröte niemals einholen.

Begründung:

Das Bewegte muss vor Erreichen des Ziels zuerst die Mitte der Strecke erreicht haben.

Hat es die Mitte der ganzen Strecke erreicht, muss es die Mitte der verbleibenden Hälfte erreichen, usw.

Das ist ein Vorgehen, das nie zu Ende kommt.

Auflösung der Paradoxie: Kapitel 2.

2. Ein fliegender Pfeil ist eine Unmöglichkeit:

Das Bewegte bewegt sich weder in dem Raum, in dem es ist, noch in dem, in dem es nicht ist.

Begründung:

Jedes Ding ist immer dann in Ruhe, wenn es in einem ihm gleichen Raum ist; folglich ist jetzt der bewegte Körper im Jetzt; folglich ist der fliegende Pfeil unbewegt.

Auflösung der Paradoxie: Kapitel 8.

[16] Jacques Brunschwig, Geoffrey Lloyd: „Das Wissen der Griechen“. Eine Enzyklopädie. Wilhelm Fink Verlag, München, 2000.

Vorgehen:

Zur Erarbeitung und Erläuterung der Konzepte der klassischen Physik beschränke ich mich in dieser Vorlesung auf elementare, einfache Experimente. Damit soll der Aufwand zur Vermittlung zwischen den verschiedenen Disziplinen auf das Nötige begrenzt und minimal gehalten werden.

Als Schlüsselexperiment zur Skizzierung der für die klassische Mechanik grundlegenden Axiome Newtons dient der freie Fall einer kleinen massiven Kugel auf die Erdoberfläche. Den Bahnbegriff und das Newtonsche Kraftgesetz lassen sich an diesem paradigmatischen Beispiel entwickeln. Die Wechselwirkung zwischen massiven Körpern wird in der Newtonschen Mechanik durch das Gravitationsgesetz beschrieben.

Als Schlüsselexperiment zur Entwicklung des klassischen elektromagnetischen Wellenbilds wird das Faradaysche Induktionsgesetz herangezogen. Zusammen mit einer Symmetrieüberlegung ergeben sich daraus die freien Maxwell-Gleichungen.

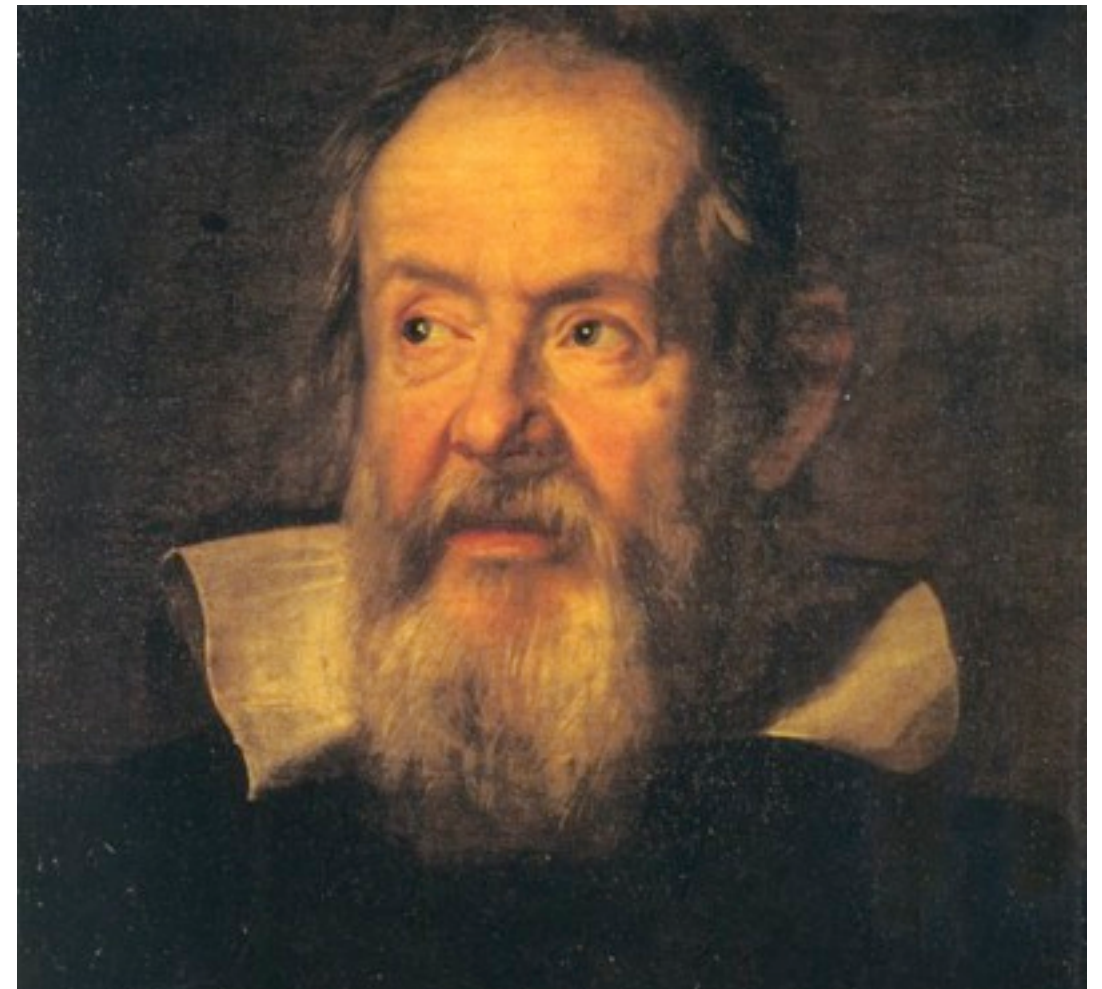
Den Schlüssel zur Quantentheorie legt die Wärmestrahlung bereit.

2. Klassisches Teilchenbild: Konzept der Newtonschen Mechanik

Unsere Alltagserfahrung vermittelt den Eindruck, dass sich die Sonne um die Erde bewegt.
Demgegenüber bezieht **Nikolaus Kopernikus** vor rund 500 Jahren einen ganz anderen Standpunkt:
Die Erde kreist um die Sonne. Er geht von einem geozentrischen zu einem heliozentrischen Bild über.

Der Vorteil: Das neue System vereinfacht die Beschreibung der Bewegung der Planeten.
Die neue Sichtweise markiert den Beginn der neuzeitlichen Naturwissenschaft.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Newton Mechanik.



Galileo Galilei

* Pisa 15. Februar 1564, † Arcetri bei Florenz 8. Januar 1642.

1589 Mathematikprofessur in Pisa, ab 1592 in Padua. Dort **Pendelgesetz**.

Galilei geht systematisch fragend, mathematisch beschreibend und experimentell beobachtend vor. Durch Gedankenexperimente kommt er zum **Gesetz des freien Falls** (1609) und bestätigt es an einer Fallrinne experimentell (ungefähr):

1. Im Vakuum fallen alle Körper gleich schnell.
2. Die Bewegung ist gleichförmig beschleunigt.

Ad 1.:

Galilei denkt sich drei Kugeln aus Gold, Blei und Holz.

Im Quecksilber fällt nur das Gold nach unten.

Im Wasser fallen Gold und Blei, aber das Gold deutlich voraus.

In Luft fallen alle drei Körper. Nun ist kein Unterschied mehr zwischen Gold und Blei, nur das Holz bleibt ein wenig zurück.

Galileis **Extrapolation**: „Angesichts dessen glaube ich, dass, wenn man den Widerstand der Luft ganz aufhöbe, alle Körper gleich schnell fallen würden.“

Galilei: Nehmen wir an, Aristoteles habe recht, dass schwerere Körper schneller nach unten fallen als leichtere. Denken wir uns einen großen Körper M und einen kleinen m , beide verbunden. Dann müsste nach Aristoteles der neue Körper $M+m$ schneller fallen. Das ist absurd, da der kleine Körper m , da er langsamer fällt, die Bewegung des großen eigentlich bremsen müsste. Aristoteles' Aussage führt also auf einen Widerspruch.

Ad 2.:

Die Geschwindigkeit des Körpers nimmt proportional mit der Zeit zu:

$$\mathbf{v} \sim \mathbf{t}$$

Die zurückgelegte Strecke wächst proportional zum Quadrat der Zeit:

$$\mathbf{s} \sim \mathbf{t}^2$$

Galilei unterstellt dabei die Einfachheit der mechanischen Gesetze.
(Nach Armin Hermann [17])

[17] Armin Hermann: „Weltreich Physik“. Bechtle Verlag, Esslingen a. Neckar, 1980, S. 12-17.

Johannes Kepler

* Weil der Stadt 27. Dezember 1571,

† Regensburg 15. November 1630

1600

Kepler arbeitet in Prag mit dem dänischen Astronomen Tycho Brahe zusammen.

1601

wird er kaiserlicher Hofmathematiker. Um die Bahndaten des Mars aus den beobachteten Werten präzise rekonstruieren zu können, entwickelt er die Grundlagen der Optik und wichtige Teile der Infinitesimal- und Integralrechnung, lange vor Leibniz und Newton.

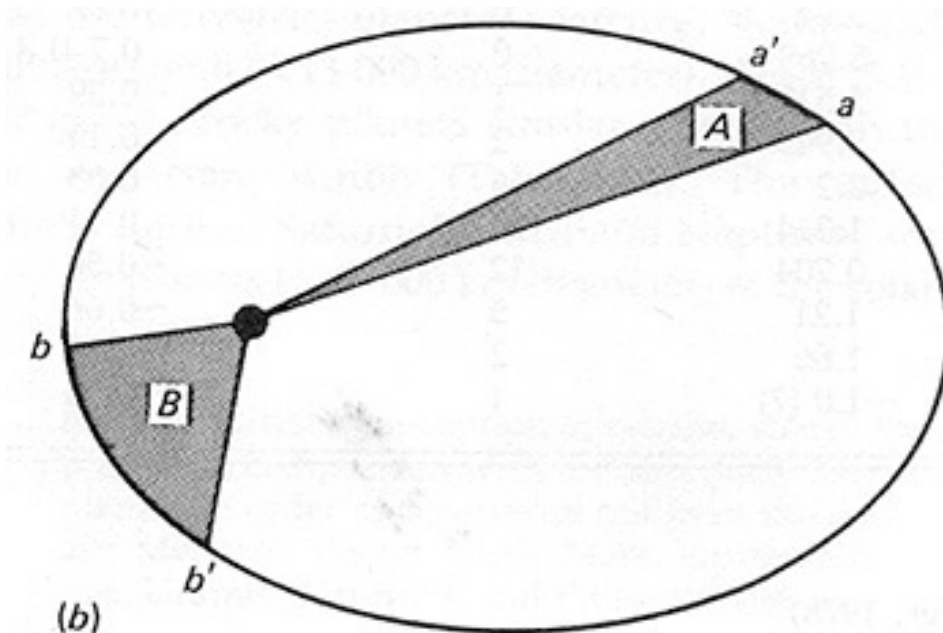
1605

(Ostern) Kepler erkennt die Ellipsenform der Bahn des Mars und der anderen Planeten.

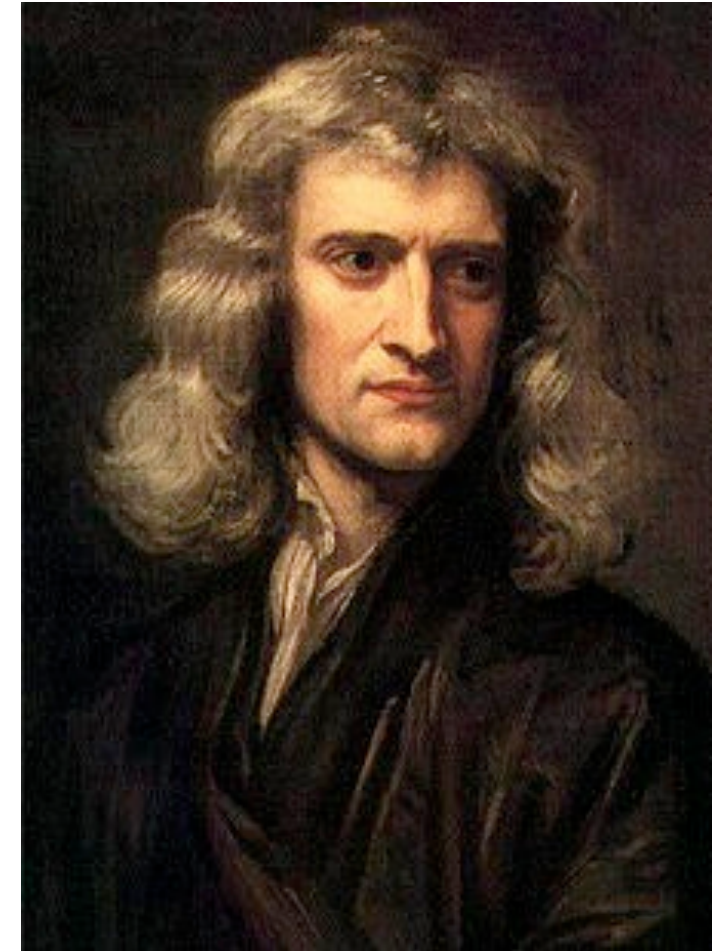


Keplersche Gesetze:

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
2. Die von der Sonne zu einem Planeten gezogene Verbindungslinie („Fahrstrahl“) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Zeichnung b). (1602)
3. Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnellipsen (15. Mai 1618).



<http://rst.gsfc.nasa.gov/Sect19/Kepler2.JPG>



Isaac Newton

*Woolsthorpe bei Grantham 4. Januar 1643,

† Kensington (London) 31. März 1727

(nach dem bis 1752 in Großbritannien gültigen Julianischen Kalender

*25. Dezember 1642, †20. März 1727).

1666

Gravitationsgesetz

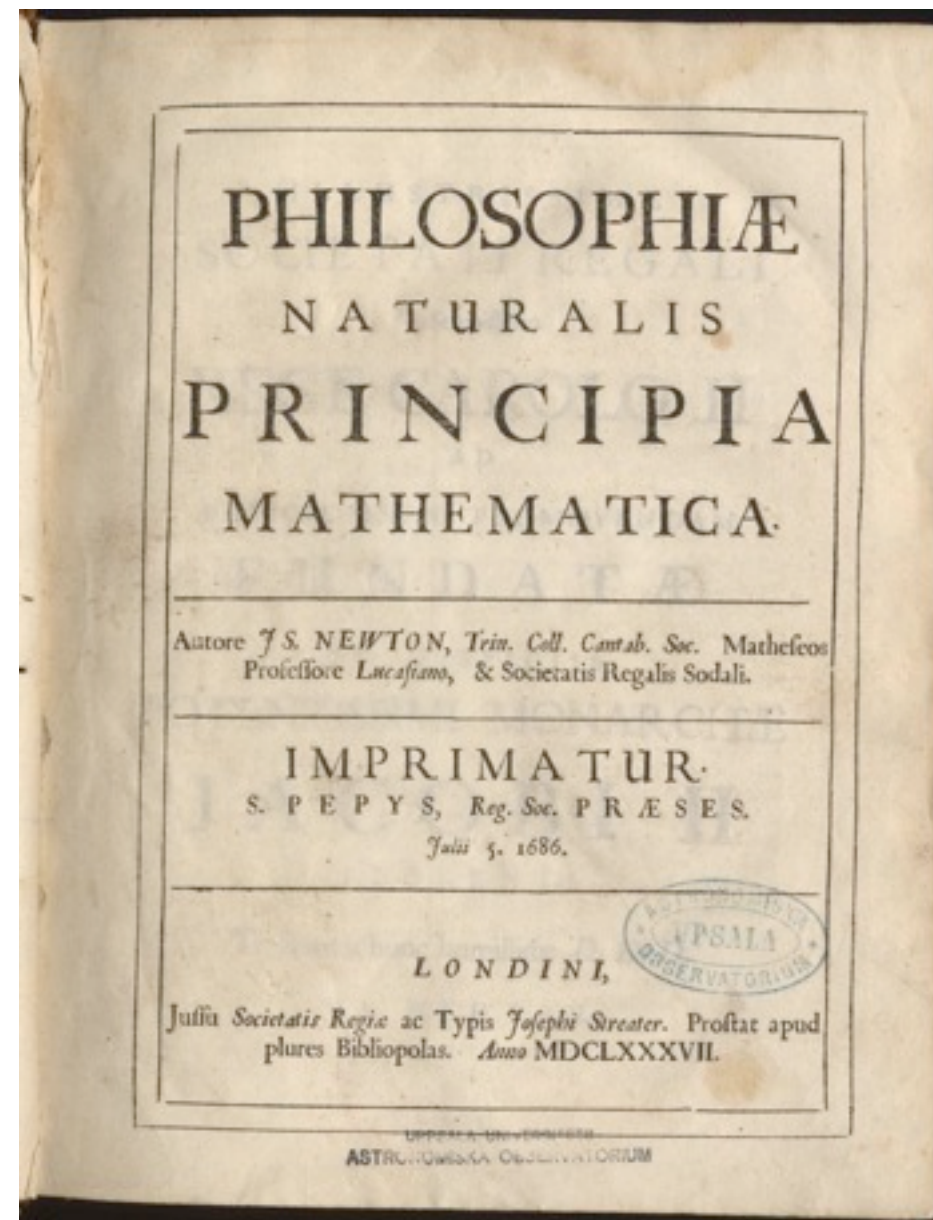
1687

Newtonsche Mechanik: „Die mathematischen Prinzipien der

Naturphilosophie“ („Philosophiae naturalis principia mathematica“).

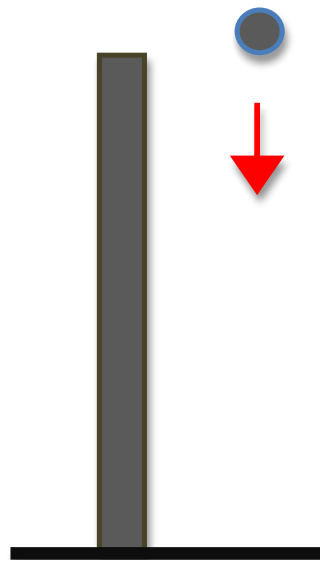
Dieses Werk ist die Grundlage der mathematisch formulierten Physik.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Newton Mechanik.



mathground.net

2.1 Freier Fall im Gravitationsfeld



empirische Daten zum freien Fall, aufgerundet, im Vakuum

Zeit	Fallstrecke	Geschwindigkeit	Beschleunigung
0 s	0 m	0 m/s	10 m/s ²
1 s	5 m	10 m/s	10 m/s ²
2 s	20 m	20 m/s	10 m/s ²
3 s	45 m	30 m/s	10 m/s ²



Ball, Masse m_1

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitationsgesetz

Erde, Masse m_2

Notation:

r : Abstand zwischen fallendem Ball und Mittelpunkt der Erde

x : Weg des fallenden Balls

$$r = x + R$$

$R = 6380$ km, Radius der Erde; Annahme: die Masse der Erde in ihrem Mittelpunkt konzentriert.

G : Gravitationskonstante

Zur Beschreibung des freien Falls benutzen wir folgende Observablen:

Zeit t , Einheit: Sekunde, s

Fallweg x , Einheit: Meter, m

Geschwindigkeit v , Einheit: m/s

Beschleunigung a , Einheit: m/s²

Die Ortsvariable x wird Funktion der Zeitvariable t :

(I) $t \rightarrow x(t)$, für alle Zeitwerte t .

(I) beschreibt die Bahn eines Massenpunkts.

Geschwindigkeit und Beschleunigung werden mit Hilfe des Infinitesimalkalküls definiert.

Die Impulsvariable wird in der Newtonschen Mechanik als Produkt von Masse und Geschwindigkeit definiert:

$$p = m v$$

In der Infinitesimalrechnung werden kleine Differenzen immer kleiner gemacht, im Limes infinitesimal “klein“.

Geschwindigkeit: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ x : der in der Zeit t zurückgelegte Weg;
 Δ bezeichnet eine Differenz.

$$v = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{x(t + \tau) - x(t)}{\tau} = x'(t) = \frac{dx}{dt}$$

Beschleunigung: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$a = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{v(t + \tau) - v(t)}{\tau} = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

Definition:

$$(2) \quad v(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

$$(3) \quad a(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t) \quad \text{Notation: } \frac{d^2}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{d}{dt}$$

Die Gravitationsbeschleunigung auf der Oberfläche der Erde ist näherungsweise konstant. Sie schwankt leicht um den Wert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Für den freien Fall beschreiben die folgenden Beziehungen die empirische Erfahrung (siehe obige Tafel).

(4) $v(t) = g t$ Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t

(5) $s(t) = \frac{1}{2} g t^2$ Fallstrecke zum Zeitpunkt t

Gleichung (4) kann der Tafel unmittelbar entnommen werden: In jeder Sekunde wächst die Geschwindigkeit um 10 m/s . 10 m/s pro Sekunde heißt 10 m/s^2 . Um Gleichung (5) der Tafel zu entnehmen, müssen wir raten oder probieren. Das ist unbefriedigend. Ein systematisches Vorgehen ist wünschenswert. Genau das leistet das Werkzeug der Differentialgleichungen.

Wir lesen Gleichung (2) als gewöhnliche Differentialgleichung 1. Ordnung, und Gleichung (3) als gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung. Wir können aber auch Gleichung (3) mit Hilfe von Gleichung (2) als Differentialgleichung 1. Ordnung schreiben. Für den freien Fall beachten wir, daß die Erdbeschleunigung konstant ist, $a(t) = g$, für alle Zeitwerte t .

$$(3.a) \quad a(t) = \frac{d}{dt} v(t)$$

$$(6) \quad \frac{d}{dt} v(t) = g \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 + g t$$

$$(7) \quad \frac{d^2}{dt^2} x(t) = g \quad \Rightarrow \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Eine Differentialgleichung 1. Ordnung lässt 1 Integrationskonstante zu.
In (6) ist die Integrationskonstante die Anfangsgeschwindigkeit v_0 .
Eine Differentialgleichung 2. Ordnung lässt 2 Integrationskonstanten zu.
In (7) ist es neben der Anfangsgeschwindigkeit v_0 die Startkoordinate x_0 .

In unserem Hauptbeispiel freier Fall nehmen wir an, dass die Anfangsdaten den Wert $v_0 = 0$ und $x_0 = 0$ haben.

2.2 Newtonsche Axiome:

Trägheitsgesetz:

Ursache der Beschleunigung eines Körpers ist eine auf ihn einwirkende Kraft, d. h. jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung.

Kraftgesetz

Die Bewegungsänderung (Beschleunigung) eines Körpers ist der einwirkenden Kraft proportional und ihr gleichgerichtet.

$$(8) \quad F = m \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

Actio gleich reactio

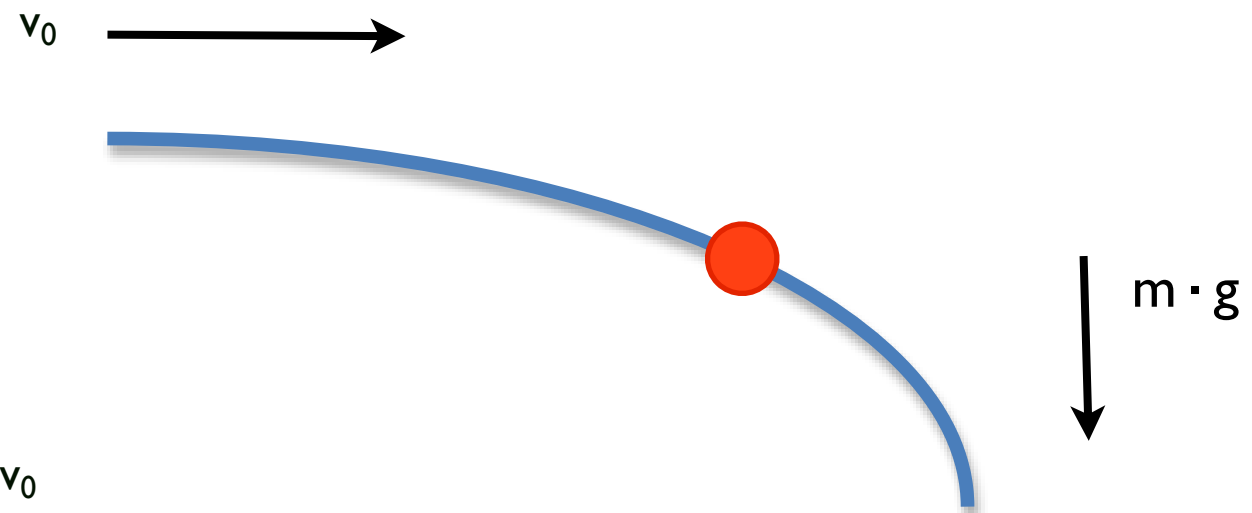
Übt ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft F_1 aus, so übt stets auch der Körper B auf den Körper A eine Kraft F_2 aus, die von gleichem Betrag, aber entgegengesetzter Richtung ist: $F_1 = - F_2$.

Beispiel: Horizontaler Wurf einer Kugel im Schwerfeld der Erde

Komponenten der Bewegung:

horizontal: Kräftefreie Bewegung
nach Abstoß mit Geschwindigkeit v_0

vertikal: Erdbeschleunigung



Das Kraftgesetz (8) ist das dynamische Grundgesetz der Newtonschen Mechanik:

$$\mathbf{Kraft} = \mathbf{Masse} \cdot \mathbf{Beschleunigung}$$

Wir können es sofort auf den freien Fall anwenden. Wir multiplizieren die Differentialgleichung für die Fallbeschleunigung (7) mit m :

$$(9) \quad m \cdot g = m \cdot \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

Die Kraft $m \cdot g$ beschleunigt die “träge” Masse m . Diese Fallbeschleunigung wird durch die Anziehungskraft der Erde verursacht.
Gleichung (9) drückt das dynamische Grundgesetz (8) aus.

Wenn wir eine "schwere" Masse m_1 von 1 kg im Schwerfeld der Erde festhalten, dann spüren wir die Gewichtskraft dieses Körpers, die wir mit einer Waage messen können. Sie beträgt

$$m_1 \cdot g = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N};$$

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \text{ ist die Maßeinheit der Kraft.}$$

Präzisionsmessungen ergeben, dass schwere Masse und träge Masse gleich groß sind. **Albert Einstein** (1879-1955) nimmt diese Beobachtung als Grundpostulat seiner **Allgemeinen Relativitätstheorie** (1915).

Die Erdanziehungskraft auf die Masse m_1 wird durch das Newtonsche Gravitationsgesetz beschrieben:

$$(10) \quad F_G = m_1 g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

$$g = G \frac{m_2}{R^2}$$

m_2 ist die Masse der Erde. Die Gravitationskonstante G lässt sich im Labor bestimmen (Henry Cavendish, 1798). Der Erdradius R ist aus der Erdvermessung bekannt. Damit lässt sich die Masse der Erde bestimmen:

$$m_2 = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (6,38 \cdot 10^6 m)^2}{6,674 \cdot 10^{-11} N \frac{m^2}{kg^2}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Horizontale Beschleunigung

Ein Auto mit einer Masse von 1000 kg wird über 15 s mit einer Kraft von 2000 N gleichmäßig beschleunigt. Die Rollreibung und den Luftwiderstand vernachlässigen wir. (Die Rollwiderstandskraft auf Asphalt beträgt für dieses Auto ca 200 N.)

$$F = m \cdot a; \quad a = F/m;$$

$$a = \frac{2000N}{1000kg} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Nach 15 s hat das Auto eine Geschwindigkeit von v at 30 m/s (108 km/h).

$$v = a \cdot t = 30 \text{ m/s, resp. 108 km/h.}$$

Der Beschleunigungsweg beträgt

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{2 \frac{m}{s^2} \cdot (15s)^2}{2} = 225 \text{ m.}$$

2.3 Grundlagen der Newtonschen klassischen Mechanik

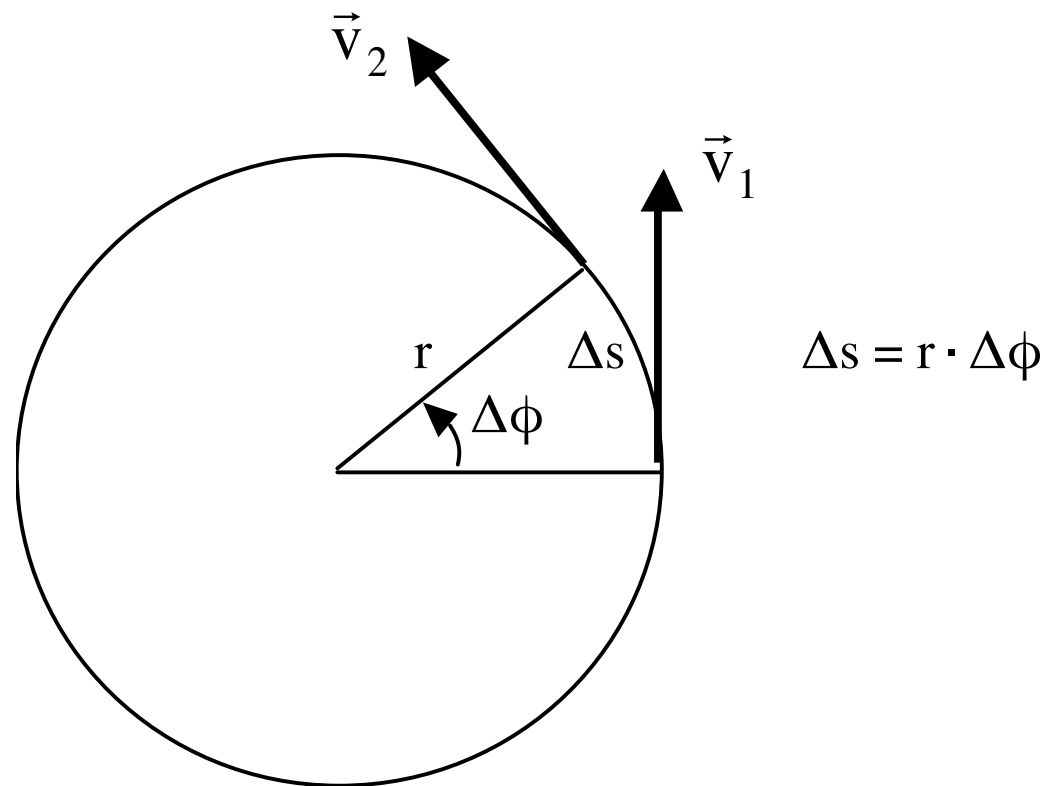
Welche expliziten und impliziten Konzepte liegen der Newtonschen Mechanik zugrunde, wie wir sie in der exemplarischen Vorbereitung kennengelernt haben? Unser Interesse gilt besonders den sich abzeichnenden Unterschieden zwischen der klassischen Mechanik und der Quantenmechanik.

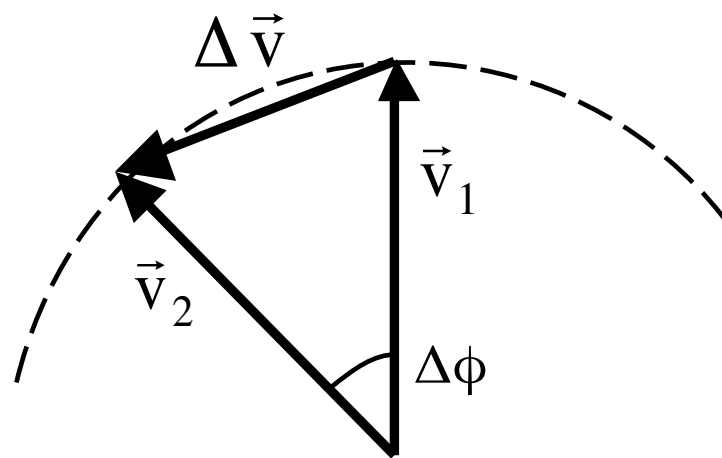
1. Die klassische Mechanik beschreibt Massenpunkte bzw. massive Objekte, die einen klar definierten Raum einnehmen.
2. Sie sind räumlich anschaulich.
3. Sie lassen sich als real existierend annehmen.
4. Die klassische Mechanik beschreibt einzelne, separierbare Objekte, oder aus Objekten zusammengesetzte Systeme.
5. Die klassische Mechanik setzt Raum und Zeit voraus, als reine Anschauungsformen a priori (Immanuel Kant, 1724-1804).
6. Die Bewegung der Objekte und Systeme der klassischen Mechanik in Raum und Zeit ist deterministisch, berechenbar, prognostizierbar. Das drücken Newton's Axiome aus.

Dieses Konzept der klassischen Newtonschen Mechanik lässt sich mit "Teilchenbild" zusammenfassen.

2.4 Gleichförmige Kreisbewegung

Ein Teilchen (Massenpunkt) bewege sich auf einer Kreisbahn. Der Betrag seiner Geschwindigkeit sei konstant (gleichförmige Kreisbewegung).





$$\Delta \vec{V} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Für kleine Winkel $\Delta\phi$ gilt bei dem Betrage nach konstanter Bahngeschwindigkeit v

$$\Delta v = v \cdot \Delta\phi$$

$$dv = v \cdot d\phi \quad \text{infinitesimal, Leibnizsche Schreibweise für die Differentiale}$$

Definitionen

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit: pro Zeit } \Delta t \text{ zurückgelegter Winkel } \Delta\varphi$$

$$\phi = \omega \cdot t \quad \text{Gesamter in der Zeit } t \text{ zurückgelegter Drehwinkel}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \cdot r = \omega \cdot r \quad \text{Bahngeschwindigkeit}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \text{Gerichtete Bahngeschwindigkeit}$$

Der Vektor $\vec{\omega}$ zeigt in Richtung der Drehachse.

Die Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$ steht senkrecht auf dem Radiusvektor $\vec{r}$ und zeigt in Richtung der Tangente der Bahnkurve.

Radial- bzw. Zentripetalbeschleunigung:

$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = v \cdot \omega$$

Mit der Beziehung $v = \omega \cdot r$ ergibt sich für die Zentripetalbeschleunigung

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Die Richtung der Zentripetalbeschleunigung ist dem Radiusvektor entgegengerichtet.

Ein Körper bewegt sich nur dann auf einer Kreisbahn, wenn er eine dem Betrage nach gleich bleibende, nach dem Mittelpunkt hin gerichtete Beschleunigung erfährt.

Zentrifugalkraft:

Ein auf einer Kreisbahn rotierender Körper der Masse m erfährt eine der Zentripetalbeschleunigung entgegengesetzte, dem Betrage nach gleich große Zentrifugalbeschleunigung.

Setzen wir diese Beschleunigung in das Newtonsche Kraftgesetz ein, erhalten wir die Zentrifugalkraft:

$$(11) \quad F_Z = m \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Die Vektorschreibweise gibt die Richtung mit an. Die Zentrifugalkraft zeigt radial vom Kreismittelpunkt nach außen, in Richtung des Radiusvektors:

$$\vec{F}_Z = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}$$

Zwischenbilanz:

Die Differentialgleichung (7) des freien Falls, geschrieben in der Form (9), drückt das Kraftgesetz der Newtonschen Axiome aus. Zur Beschreibung einer Bahn (I) bedarf es der Fixierung der Ortsvariablen und der Geschwindigkeitsvariablen zu einem bestimmten Zeitpunkt. Typischerweise wird der Beginn der Bahn genommen: $x(0)$ und $v(0)$ sind die Integrationskonstanten des Newtonschen Kraftgesetzes, das eine gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung ist. Das Newtonsche Kraftgesetz gilt für beliebige Richtungen im Raum (beispielsweise für horizontale Beschleunigung) und lässt sich auf beliebige Bahnen anwenden. Beispielsweise auf eine gleichförmige Kreisbahn (Abschnitt 2.4): Der Betrag der Bahngeschwindigkeit v ist konstant, gleichwohl findet durch die ständige Richtungsänderung der Geschwindigkeit eine Beschleunigung statt.

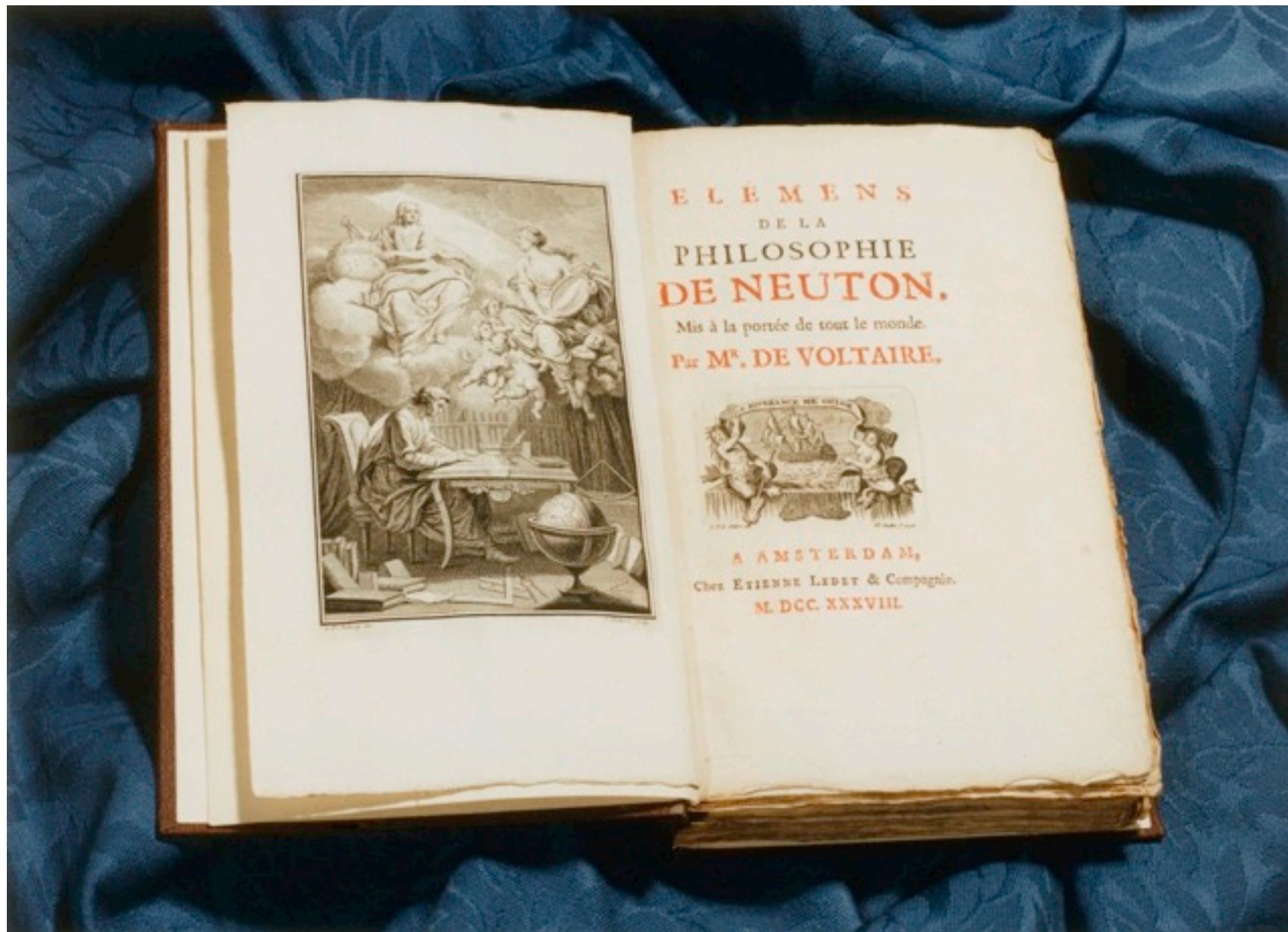
Mit ihren Beiträgen zur Physik entwickeln Galilei, Kepler, Newton ein kritisches, methodisches, experimentell fundiertes und mathematisch präzisierendes Vorgehen, das den Grund neuzeitlicher empirischer Wissenschaft legt.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Newton Mechanik.

Die Gelehrten, Künstler, Literaten der damaligen Zeit waren an den Arbeiten der Physiker interessiert. Das öffentliche Interesse nahm mit dem 18. Jahrhundert zu, dem Jahrhundert der Aufklärung.

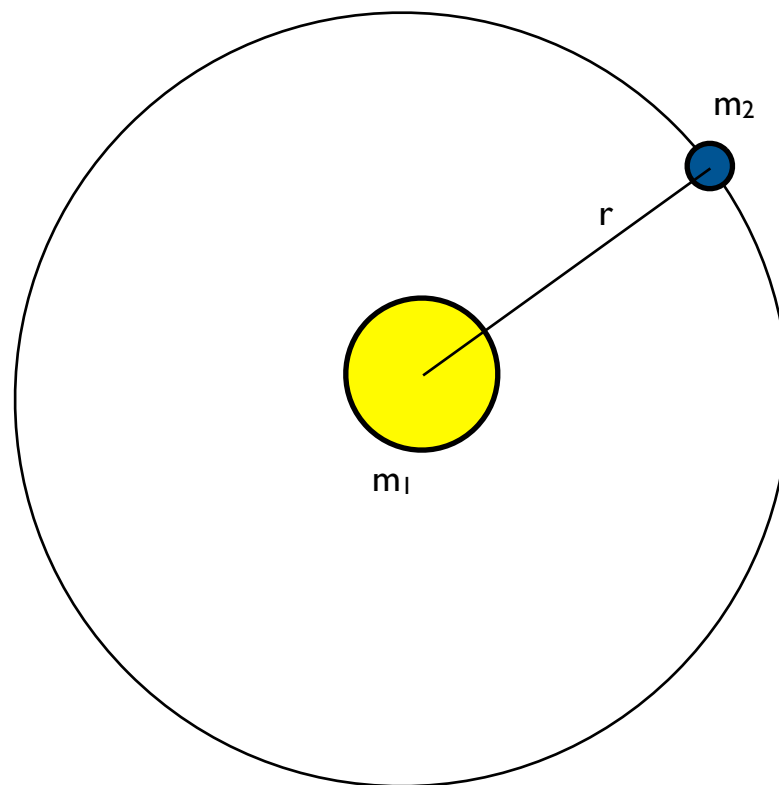
Newton erhielt in der Westminster-Kathedrale ein Staatsbegräbnis. Voltaire war unter den Trauergästen.
- Er hielt sich nach seiner Verbannung aus Frankreich in England auf. - Nach seiner Rückkehr nach Frankreich zieht er zu Marquise du Chatelet, seiner Geliebten, auf das Schloß Cirey in der Champagne. Dort führen sie physikalische Experimente durch und studieren intensiv Newtons Schriften. Du Chatelet übersetzt Newtons Hauptwerk, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ins Französische. Voltaire selbst verfasst eine verständliche Darstellung von Newtons Physik. Das Buch wurde in Paris Bestseller [17].

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Newton Mechanik.



lelivrescolaire.fr

2.5 Planetensystem, klassisches Atommodell



Planetensystem

Gravitationsgesetz

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Zentrifugalkraft

$$F_Z = m_2 \omega^2 \cdot r$$

Die Gravitationskraft zwischen Sonne und Erde ist gleich groß wie die Zentrifugalkraft der Erde auf ihrer (näherungsweisen) Kreisbahn um die Sonne: Die Gravitationskraft „hält“ die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne.

Der Abstand zwischen Erde und Sonne kann aus astronomischen Daten ermittelt werden.

Mittlerer Wert:

$$r = 149,6 \text{ Mio km};$$

Umlaufzeit der Erde um die Sonne: $T = 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 31.557.600 \text{ s};$

Kreisfrequenz der Umdrehung der Erde um die Sonne: $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$

Gleichsetzung von Gravitationskraft und Zentrifugalkraft: $m_1 = \omega^2 \cdot r^3 / G$
Daraus ergibt sich die Masse der Sonne: $m_1 = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 333.000 m_2.$
Zum Vergleich siehe [18].

[18] Horst Kuchling: „Taschenbuch der Physik“. Fachbuchverlag Leipzig, 2004, S. 149.

Entdeckung des Atomkerns

Versuche von Hans Geiger (1882-1945) und Ernest Marsden (1889-1970) unter Leitung Ernest Rutherfords (1871-1937) in Manchester, 1908-1911, decken die Struktur des Atoms auf: ein elektrisch positiv geladener, sehr kleiner massiver Kern wird von einer elektrisch negativ geladenen Hülle umgeben, die aus Elektronen gebildet wird. Die Experimentatoren beschossen dazu eine dünne Goldfolie mit α -Strahlen, also Heliumkernen. Der größte Teil der α -Teilchen ging ungestört durch die Folie durch, ein kleiner Teil wurde abgelenkt, einige wenige sogar zurückgestreut.

Klassisches Atommodell

Coulomb-Gesetz

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$
$$= - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Zentrifugalkraft

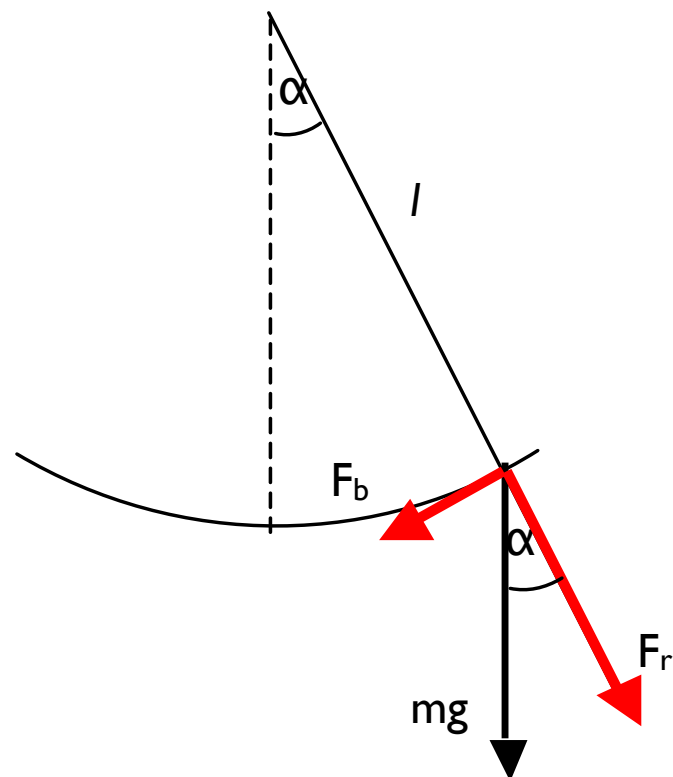
$$F_Z = m_2 \omega^2 \cdot r$$

Die elektrische Coulomb-Kraft zwischen dem Kern eines Wasserstoffatoms (1 Proton, $Q_1 = e$) und einem ihn „umkreisenden“ Elektron ($Q_2 = -e$) ist gleich groß der Zentrifugalkraft, die das Elektron auf einer „Kreisbahn“ um den Kern erfährt: Die Coulomb-Kraft „hält“ das Elektron auf seiner Bahn.

Das Coulomb-Gesetz (Charles Augustin Coulomb, 1736-1806), 1785 gefunden, hat die gleiche mathematische Form wie das Gravitationsgesetz. Beide geben die Kraft zwischen zwei punktförmig gedachten Körpern mit einem Abstandsgesetz $1/r^2$ an. $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ ist die elektrische Feldkonstante [18]. Die Kraft zwischen Massen ist immer anziehend. Dagegen gibt es positive und negative elektrische Ladung. Ladungen mit verschiedenem Vorzeichen ziehen sich an, Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab.

2.6 Schwingungen. Harmonischer Oszillator

Mathematisches Pendel



Ein Massepunkt mit der Masse m ist an einem näherungsweise masselosen Faden der Länge l befestigt und schwingt mit kleinen Pendelausschlägen. Die an der Masse m angreifende, nach unten gerichtete Schwerkraft mg wird in eine Komponente F_r in der momentanen Richtung des Fadens und in eine dazu senkrecht liegende Tangential-Komponente F_b in Richtung der momentanen Schwingungsbewegung zerlegt. Die den Faden spannende Kraft F_r (wir nehmen an, daß die Länge l des Fadens näherungsweise unverändert bleibt) trägt nicht zur Pendelbewegung bei. Die beschleunigende Kraft ist

$$F_b = mg \cdot \sin\alpha \approx mg \cdot \alpha$$

Beim letzten Schritt machen wir von der Näherung $\sin\alpha \approx \alpha$ Gebrauch, die für kleine Winkel gilt. Der Weg des Massenpunktes auf dem während einer Schwingung zurückgelegten Kreisbogen wird durch die Koordinate l beschrieben. Entsprechend gilt für den Betrag v der Bahngeschwindigkeit und den Betrag a der Bahnbeschleunigung:

$$v = l \cdot \frac{d}{dt} \alpha, \quad a = l \cdot \frac{d^2}{dt^2} \alpha.$$

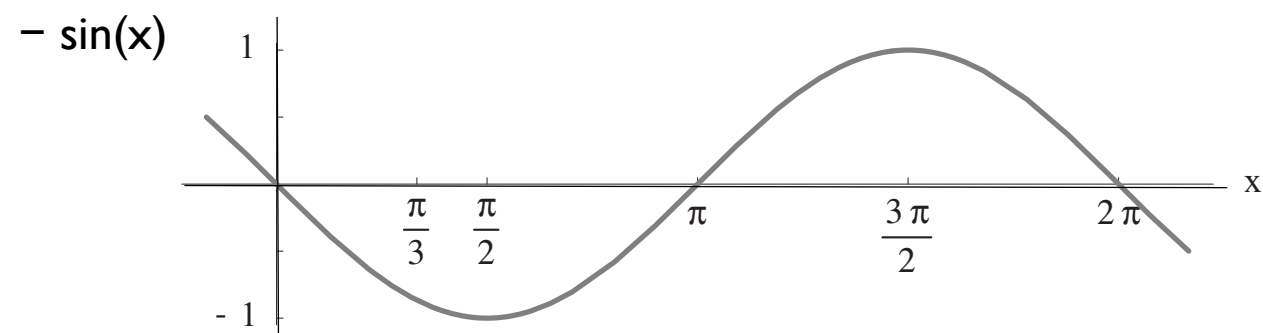
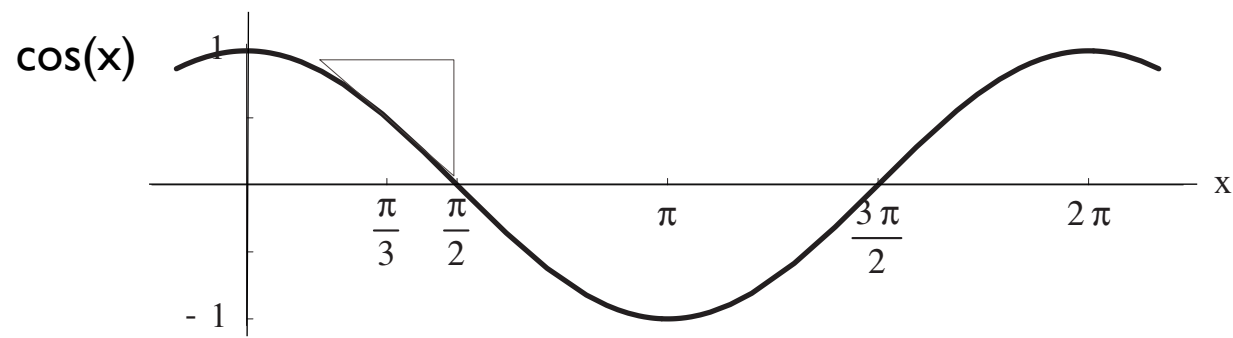
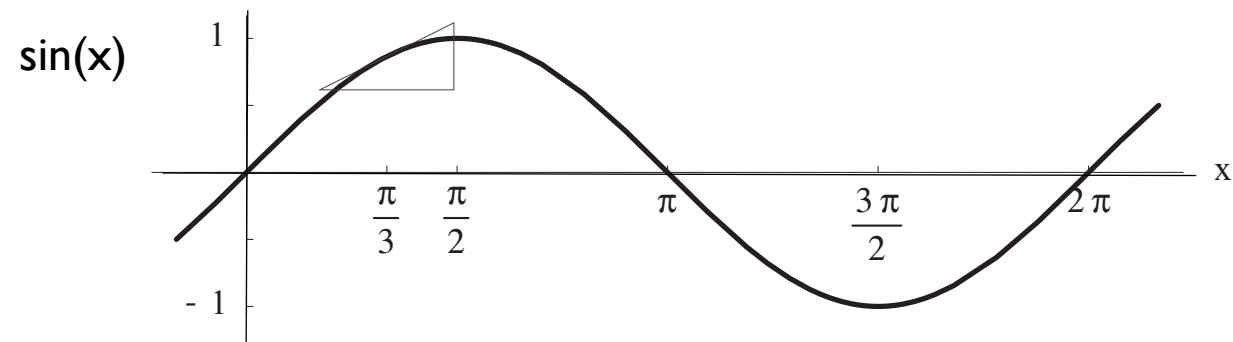
Die Newtonsche Kraftgleichung (8) für das mathematische Pendel lautet

$$F_b = m \cdot a$$

$$mg \cdot \alpha = -m \cdot l \cdot \frac{d^2}{dt^2} \alpha$$

$$(12) \quad g \cdot \alpha + l \cdot \frac{d^2}{dt^2} \alpha = 0$$

Das Minuszeichen in der vorletzten Zeile ist der Tatsache geschuldet, dass die Beschleunigung entgegen der positiven Winkelrichtung erfolgt (Zeichnung). Gleichung (12) beschreibt eine ungedämpfte harmonische Schwingung. Ein durch den Gleichungstyp (12) beschriebenes System heißt harmonischer Oszillator.



Ansatz zur Lösung von Gleichung (10):

$$(13) \quad \alpha(t) = \alpha_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

α_0 : Amplitude der Auslenkung
 φ_0 : Phase, Auslenkung zu Beginn
 ω : Winkelgeschwindigkeit;
 $\omega \cdot t = \varphi$ ist ein Winkel.

$$\frac{d}{dt} \alpha(t) = \omega \alpha_0 \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \alpha(t) = -\omega^2 \alpha(t)$$

Eingesetzt in Gleichung (12) ergibt

$$g \cdot \alpha(t) - \omega^2 \cdot l \cdot \alpha(t) = 0$$

$\Rightarrow$

$$g - \omega^2 \cdot l = 0$$

Lösung der quadratischen Gleichung:

$$(14) \quad \omega = \pm \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Das Vorzeichen gibt den Drehsinn an: linksdrehend (entgegen dem Uhrzeigersinn)
oder rechtsdrehend:

Die hier gleichmäßige Winkelgeschwindigkeit ω lässt sich auch als Kreisfrequenz ansehen, wobei folgender Zusammenhang zur Frequenz f besteht:

$$\omega = 2\pi f$$

Die Funktion (13) löst die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators (12). Sie beschreibt eine harmonische Schwingung mit der Kreisfrequenz .

Eine einfache Uhr

Wie lang muss der Faden eines Pendels gewählt werden, damit die Schwingungsdauer T 1 s beträgt?

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{2\pi \cdot f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Wir benutzen Gleichung (14) um die Länge l des Fadens des Pendels zu erhalten.

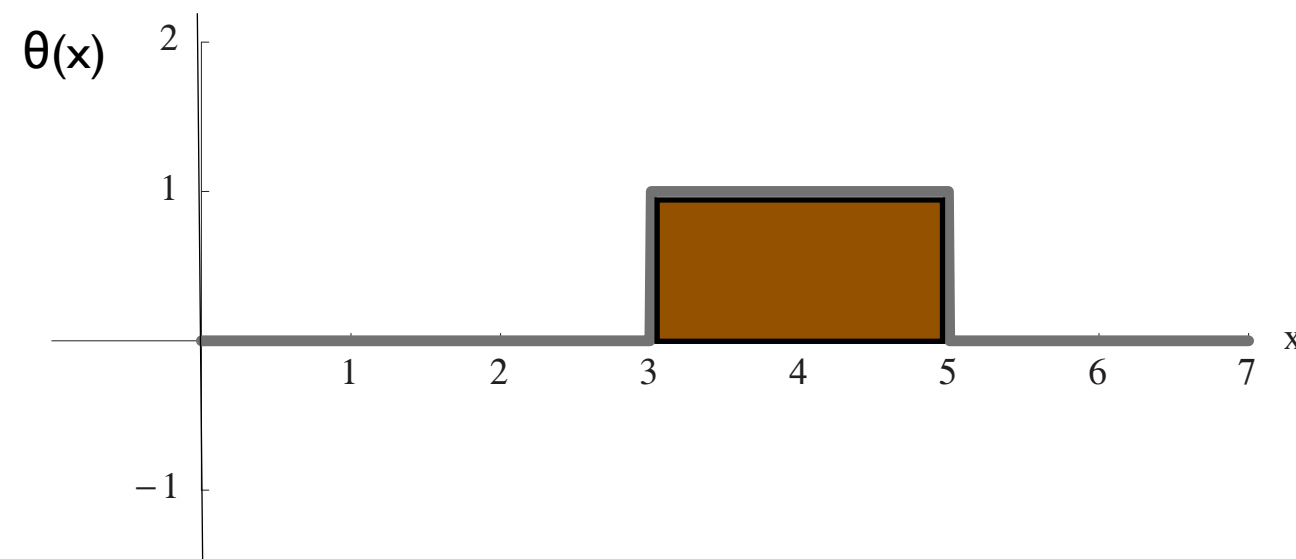
$$T = 1 \text{ s} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = g \cdot \frac{1\text{s}^2}{4\pi^2} = 0.25 \text{ m.}$$

Wenn wir die Zahl der Perioden (von 1 Sekunde) abzählen, haben wir eine einfache Uhr.

Detektierfunktion zur Lokalisierung eines massiven Körpers:

$$\theta_{[3,5]}(x) = 1, \text{ falls } x \in [3, 5]$$

$$\theta_{[3,5]}(x) = 0, \text{ sonst}$$



Charakteristische mathematische Größe für das Teilchenbild:

Ortsoperator Q

$Q: \theta(x) \rightarrow x \cdot \theta(x)$, für alle x , für alle „Detektierfunktionen“ θ

3. Klassisches Wellenbild: Elektromagnetismus, Maxwell-Gleichungen

Schallwellen, Wasserwellen brauchen notwendig ein Medium, um existieren zu können. Dagegen breiten sich elektromagnetische Wellen im freien Raum aus.

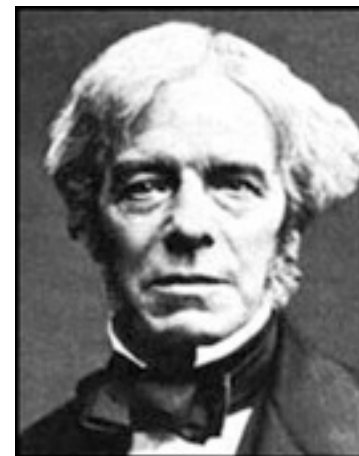
Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts hatte die Physik zum Verständnis von elektromagnetischen Wellen einen Äther vorausgesetzt, der den gesamten Raum erfüllt. Ihm wurden, neben der Unsichtbarkeit, extreme mechanische Eigenschaften zugeschrieben. Eine elektromagnetische Welle war damit eine Erregung des Äthers, die sich nach den Gesetzen der Mechanik ausbreitet, wie bei Wasserwellen, oder bei Schallwellen in einem Festkörper. Mit dem Elektromagnetismus waren schließlich alle Bereiche der Physik auf die Mechanik reduziert. Mit der universellen Erklärungsreichweite der Physik breitete sich ein mechanistisch-materialistisches Weltbild aus.

Einsteins Arbeit zur speziellen Relativitätstheorie (1905) machte die Äthervorstellung entbehrlich. Zur Etablierung eines „reinen“ Wellenbegriffs wird im Folgenden der Elektromagnetismus herangezogen.

Die klassische Wellentheorie des Lichts wurde durch **Christiaan Huygens** (1629-1695) entwickelt und auf die Optik angewandt. Sein Buch “*Traité de la lumière*“ (Abhandlung über das Licht), 1690 fasst seine Ergebnisse zusammen.

James Clerk Maxwell (1831-1879) leitet die dynamischen Gleichungen für das elektromagnetische Feld ab. Sie vereinigen Elektrizität und Magnetismus.

Dabei spielte das elektromagnetische Induktionsgesetz eine entscheidende Rolle. Es wurde 1831 von **Michael Faraday** (1791-1867) entdeckt.



Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Maxwell-Gleichungen.

1886 konnte **Heinrich Hertz** (1857-1894) freie elektromagnetische Wellen nachweisen. Die Wellenlängen lagen im Meterbereich. Er erzeugte sie mit einem Sender und detektierte sie mit einem Empfänger. Er wies Reflexion, Brechung, Transversalität und Polarisierung nach, konnte sie fokussieren, und ihre Geschwindigkeit als Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Radiowellen verhalten sich wie Licht.



Schlussfolgerung:

Licht und Radiowellen werden durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Sie breiten sich durch den leeren Raum aus.

3.1 Elektromagnetischer Oszillator

Eine Spule mit Induktivität L und ein Kondensator mit einer Kapazität C lassen sich zu einem elektromagnetischen Schwingkreis zusammenschalten. Der elektrische Widerstand dämpft die elektromagnetischen Schwingungen im Schwingkreis.

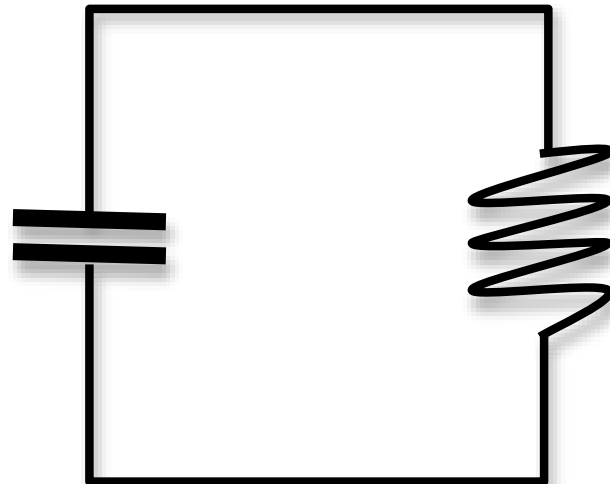
Während einer Schwingung fließt elektrischer Strom aus dem Kondensator ab und entlädt ihn. Entsprechend wird an der Spule ein magnetisches Feld aufgebaut.

Schließlich geht der Strom auf Null, wechselt seine Richtung und fließt in den Kondensator zurück. Während einer Schwingungsperiode wandelt sich elektrische Energie im Kondensator um in magnetische Energie in der Spule, und umgekehrt. **Die elektromagnetische Energie schwingt zwischen der elektrischen und magnetischen Konfiguration.**

Es gibt eine Analogie mit der mechanischen Pendelschwingung. Im mechanischen Fall schwingt Energie zwischen ihren Formen potentielle Energie (Lage-Energie) und kinetische Energie (Bewegungs-Energie). Die potentielle Energie hat ihr Maximum an den Umkehrpunkten. Dann ist die kinetische Energie 0. Am tiefsten Punkt der Bahn der schwingenden Masse ist die kinetische Energie maximal, und die potentielle Energie minimal.

Ein elektromagnetischer Oszillator ist ein harmonischer Oszillator, wie das mathematische Pendel. Ein elektromagnetischer Schwingkreis mit einer elektrischen Kapazität C und einer Selbstinduktivität L ist ein elektromagnetischer Resonator. Seine Resonanz-Kreisfrequenz ω ergibt sich durch die folgende Beziehung:

$$(14') \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \quad \text{Thomson-Gleichung}$$



Am Kondensator besteht zwischen der Spannung U_C , der Kapazität C , und der elektrischen Ladung Q die folgende Beziehung:

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

Für eine Spule ist das **Faradaysche Induktionsgesetz** relevant:

Die induzierte Spannung U_C in einer geschlossenen Leiterschleife, die einen sich zeitlich ändernden magnetischen Fluß umschließt, ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses. Entsprechend induziert ein sich ändernder Strom I an der Spule eine Spannung U_{ind} (Selbstinduktionsspannung):

$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 Q}{dt^2}; \quad I = \frac{dQ}{dt}; \quad L = \mu_0 N^2 \frac{A}{l};$$

A : Querschnittsfläche der Spule;

N : Zahl der Windungen;

l : Länge der Spule;

μ_0 : magnetische Feldkonstante.

Die gesamte Spannung im Schwingkreis ist 0:

$$U_C + U_{\text{ind}} = 0$$
$$(15) \quad \frac{1}{C} Q(t) + L \cdot \frac{d^2}{dt^2} Q(t) = 0$$

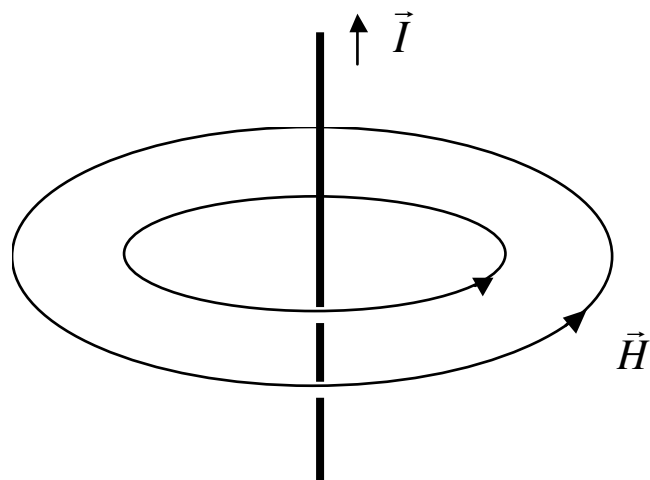
Das ist die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators.

Ähnlich im Fall des mathematischen Pendels ergibt der folgende Ansatz eine Lösung der Differentialgleichung, die die Beziehung (14') impliziert:

$$(16) \quad Q(t) = Q_0 \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Experimentelle Beobachtung:

Ein elektrischer Strom $\vec{I}$ durch einen Leiter erzeugt ein magnetisches Feld $\vec{H}$.

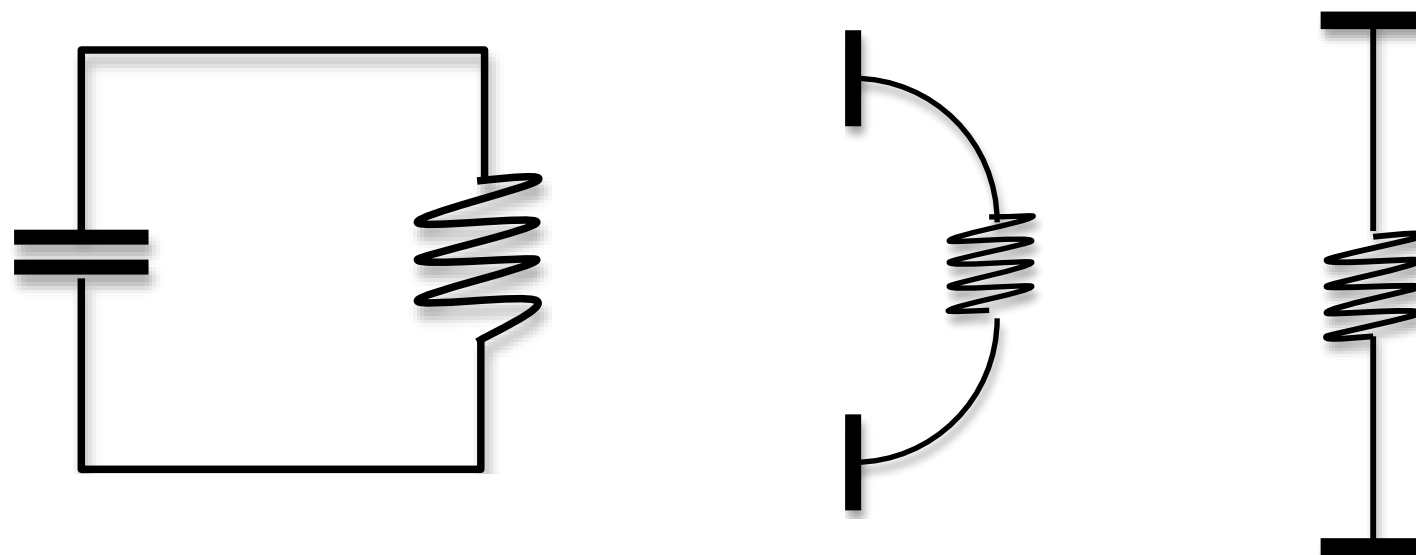


Die Orte gleicher Feldstärke liegen auf konzentrischen Kreisen um den Leiter. Sie lassen sich durch sogenannte „magnetische Feldlinien“ markieren.

Einheit der magnetischen Feldstärke H : 1 A/m . Einheit der elektrischen Feldstärke: $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$.
Einheit der magnetischen Flussdichte B : 1 Vs/m^2 .

3.2 Maxwell-Gleichungen

Wir öffnen den geschlossenen elektromagnetischen Schwingkreis und erhalten einen freien Oszillator. [19]



Im geschlossenen Schwingkreis (links) gibt es zwischen den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld. Innerhalb der Spule gibt es ein magnetisches Feld.

Der gestreckte Schwingkreis (rechts) wird zu einer Antenne: Das elektrische Feld breitet sich über den leeren Raum aus, von der einen Kondensatorplatte zur anderen.

Wenn wir die Feldlinien visualisieren, entspringen sie auf der einen Platte, breiten sich im Raum aus und krümmen sich um die Antenne herum bis zur andern Platte.

[19] Heribert Stroppe: „Physik“, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2003. S. 345.

Wenn wir den Antennenschwingkreis zum Schwingen anregen, löst sich ein Teil des elektrischen Felds von der Antenne. Maxwell identifizierte ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld als einen sogenannten „Verschiebungsstrom“ („displacement current“), der ein magnetisches Feld aufbaut. Das heißt, außerhalb der Antenne baut das elektrische Feld ein magnetisches Feld auf. Maxwells Verschiebungsstrom erweitert und vervollständigt das Ampère-Gesetz.

Dank des Faraday-Induktionsgesetzes baut ein magnetisches Feld wiederum ein elektrisches Feld auf. Elektrisches und magnetisches Feld wirken wechselseitig aufeinander. Das symmetrische Spiel zwischen Elektrizität und Magnetismus wird mathematisch durch die Maxwell-Gleichungen ausgedrückt. Sie implizieren freie elektromagnetische Wellen.

Eine stehende elektromagnetische Welle im Resonanz-Schwingkreis entwickelt sich zu einer freien elektromagnetischen Welle, die sich im leeren Raum ausbreitet. Während eine Schwingung im räumlich lokalisierten Schwingkreis nur von der Zeitvariablen abhängt, wird eine Welle zu einer Funktion von Zeit und Raum:

$$(17) \quad f: (x, y, z, t) \rightarrow f(x, y, z, t) \quad \text{für alle Raumkoordinaten } x, y, z \text{ und alle Zeitwerte } t.$$

Jedes Feld hat drei Raumkomponenten, und jede dieser Komponenten hängt ab von drei Raumkoordinaten und der Zeit.

Elektrisches Feld: $(E_x(x, y, z, t), E_y(x, y, z, t), E_z(x, y, z, t))$
Magnetische Flussdichte: $(B_x(x, y, z, t), B_y(x, y, z, t), B_z(x, y, z, t))$

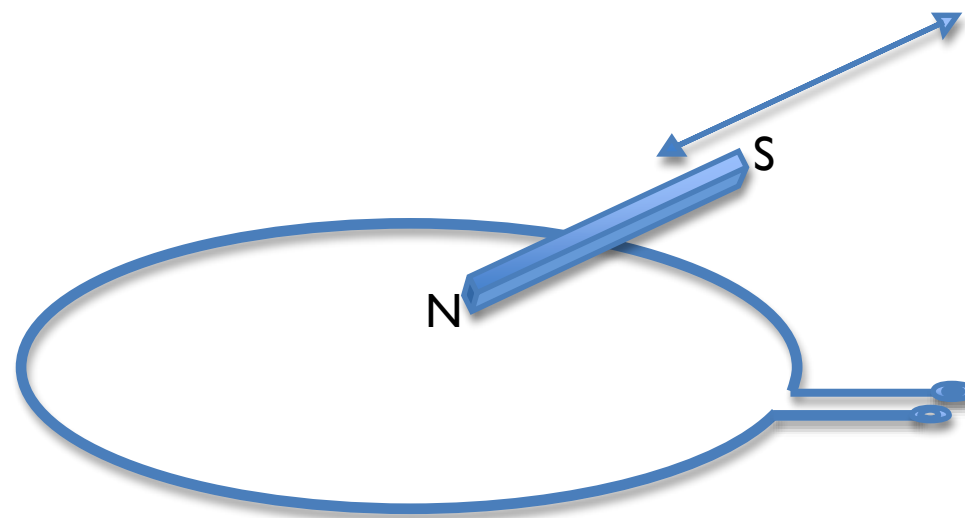
$B = \mu_0 H$ gilt im Vakuum; das H steht für das magnetische Feld.

Um die Maxwell-Gleichungen zu formulieren, benutzen wir die partielle Differentiation $\frac{\partial}{\partial x}$, die auf Funktionen des Typs (17) angewandt wird. Sie zielt auf die zu differenzierende Variable.

$$\frac{\partial}{\partial x}: f \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon, y, z, t) - f(x, y, z, t)}{\varepsilon}$$

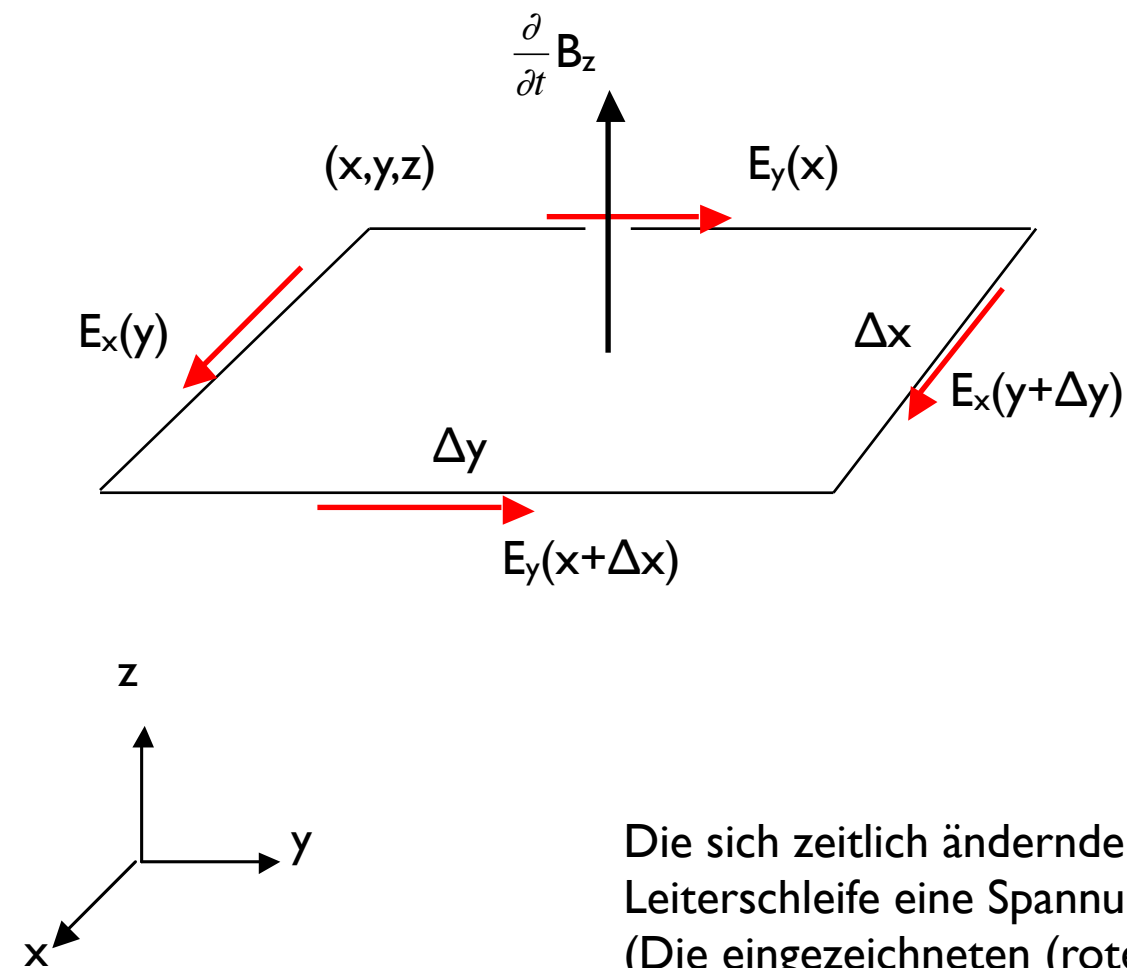
Entsprechend wirken die Operationen $\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial t}$ in den zugehörigen Dimensionen, die durch die Variablen y, z, t bezeichnet werden.

Das **Faradaysche Induktionsgesetz**



Bei der Bewegung des Stabmagnets in die Leiterschleife hinein und aus der Leiterschleife heraus wird in der Leiterschleife eine elektrische Spannung induziert.

Das **Faradaysche Induktionsgesetz** in Differentialform:



Bilanz des E-Felds bei einer Umrundung um eine zeitlich veränderliche magnetische Flussdichte B entlang einer Leiterschleife:

($U = E \cdot d$; magnetischer Fluss $\Phi = B \cdot A$, mit der Querschnittsfläche A)

$$E_y(x+\Delta x) \cdot \Delta y - E_y(x) \cdot \Delta y + E_x(y) \cdot \Delta x - E_x(y+\Delta y) \cdot \Delta x = - \frac{\partial}{\partial t} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

$$(E_y(x+\Delta x) - E_y(x)) \cdot \Delta y + (E_x(y) - E_x(y+\Delta y)) \cdot \Delta x = - \frac{\partial}{\partial t} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

Wir dividieren die Gleichung durch $\Delta x \cdot \Delta y$

$$\frac{E_y(x+\Delta x) - E_y(x)}{\Delta x} - \frac{E_x(y+\Delta y) - E_x(y)}{\Delta y} = - \frac{\partial}{\partial t} B_z$$

Übergang zum Differentialquotienten ergibt das Faraday-Induktionsgesetz in differentieller Form:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = - \frac{\partial}{\partial t} B_z$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen ergibt 3 Gleichungen (18.a) für das allgemeine Faradaysche Induktionsgesetz. Ein zeitlich sich ändernder magnetischer Fluss erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} E_z(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} E_y(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_x(x, y, z, t) \\ (18.a) \quad & \frac{\partial}{\partial z} E_x(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} E_z(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_y(x, y, z, t) \\ & \frac{\partial}{\partial x} E_y(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} E_x(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_z(x, y, z, t) \end{aligned}$$

Mit einem Kunstgriff gelangen wir direkt vom Faraday-Induktionsgesetz zu den quellenfreien Maxwellgleichungen im Vakuum (keine äußeren Ströme und keine äußere elektrische Ladung):
Wir vertauschen im Induktionsgesetz die Rolle des elektrischen Feldes E durch die magnetische Flussdichte B und die magnetische Flussdichte B durch das elektrische Feld $-E$ und fügen die derart erhaltenen Gleichungen dem Induktionsgesetz hinzu (unter Beachtung der SI-Maßeinheiten).

Der physikalische Hintergrund der Symmetrie-Betrachtungen der Maxwell-Gleichungen:
Ein elektrischer Strom (zeitlich sich änderndes elektrisches Feld) erzeugt ein magnetisches Wirbelfeld, und ein zeitlich sich änderndes magnetisches Feld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld.

- Maxwell selbst hatte seine Gleichungen zur vollständigen dynamischen Beschreibung des Elektromagnetismus durch Hinzufügen eines sogenannten „Verschiebungsstromes“ zum Ampère-Gesetz erhalten.

Mit der antisymmetrischen Transformation $(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B}, -\mathbf{E}/c^2)$ in (18.a) erhalten wir drei weitere Gleichungen (18.b). Sie repräsentieren eine Art „quellenfreies Ampère-Gesetz“, resp. ein „reziprokes Faraday-Induktionsgesetz“.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} E_z(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} E_y(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_x(x, y, z, t) \\ (18.a) \quad & \frac{\partial}{\partial z} E_x(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} E_z(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_y(x, y, z, t) \\ & \frac{\partial}{\partial x} E_y(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} E_x(x, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_z(x, y, z, t) \\ (18.b) \quad & \frac{\partial}{\partial y} B_z(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} B_y(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_x(x, y, z, t) \\ & \frac{\partial}{\partial z} B_x(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} B_z(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_y(x, y, z, t) \\ & \frac{\partial}{\partial x} B_y(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} B_x(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_z(x, y, z, t) \end{aligned}$$

(18.a) und (18.b) sind die Maxwell Gleichungen eines quellenfreien elektromagnetischen Felds im Vakuum.

Woher kommt diese Antisymmetrie-Eigenschaft der Maxwellgleichungen? Sie ist eine Folge der sogenannten Poincaréschen Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie Einsteins. Diese Raum-Zeit-Symmetrie hat eine weitgehendere Folge: Die freien Maxwell-Gleichungen insgesamt folgen aus der mathematischen Forderung, diese Symmetrie-Gruppe in elementare („irreduzible“) Bestandteile zerlegen zu können [20].

Ludwig Boltzmann zitierte in seinen Vorlesungen über Maxwells Theorie aus Goethes „Faust“:
„War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb,
die mit geheimnisvoll verborg'nem Trieb
Die Kräfte der Natur um mich enthüllen
Und mir das Herz mit stiller Freude füllen ...“ ([17], S. 216/217)

Die Maxwell-Gleichungen gehörten zum Ausgangspunkt von Einsteins Arbeit zur speziellen Relativität. Das ist schon an ihrer Überschrift erkennbar: „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ [21].

[20] U. H. Niederer and L. O’Raifeartaigh: “Realizations of the Unitary Representations of the Inhomogeneous Space-Time Groups II. Covariant Realizations of the Poincaré Group.” Fortschritte der Physik 22, (1974), 131-157. Siehe S. 145, u. S. 137. (Spezialliteratur!)

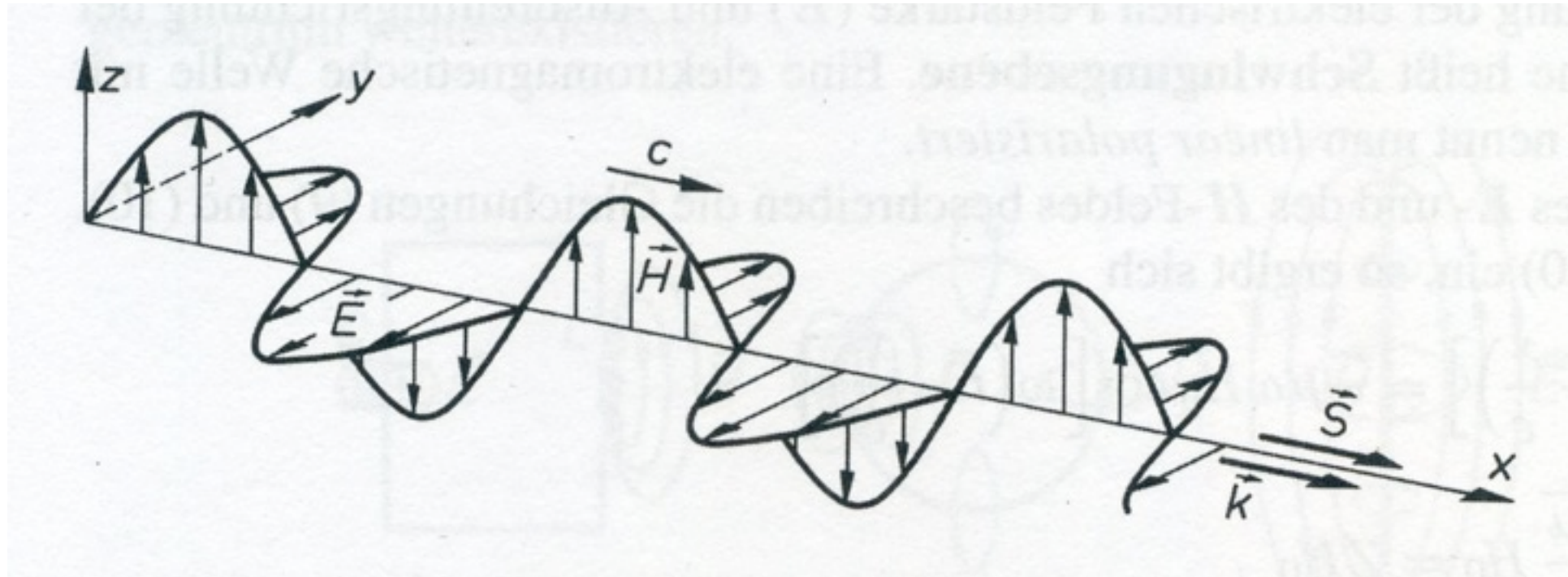
[21] Albert Einstein: „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“. Annalen der Physik, Leipzig, Band 17, S. 549 (1905).

Die Maxwell-Gleichungen mit Quellen (Ladungen und Strömen) beschreiben den klassischen Elektromagnetismus vollständig. Die Maxwell-Gleichungen im Vakuum (18) implizieren die typische klassische Wellengleichung, die für Wellen in einem Medium wie Wasser, oder Luft, oder in einem Festkörper gut bekannt ist .

Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in x-Richtung wird durch die Wellengleichung für die Felder gegeben:
(Siehe beispielsweise [19], S. 342):

$$(19.a) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_y(x,y,z,t)$$

$$(19.b) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} H_z(x,y,z,t)$$



Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in x-Richtung (linear polarisiert)

Aus Heribert Stroppe, Physik, Hanser, 2003, Bild 38.3., p. 343.

Zwischen der y-Komponente E_y des elektrischen Feldes und der z-Komponente H_z des magnetischen Feldes besteht bei der elektromagnetischen Welle in x-Richtung (s. o.) folgende Beziehung:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_z$$

Der explizite zeitlich-räumliche Verlauf der polarisierten Welle (s. o.), einer ebenen harmonischen elektromagnetischen Welle, ergibt sich entsprechend dem Ansatz zur Lösung der Differentialgleichung der Wellengleichung ([19], S 343):

$$E_y = E_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

$$H_z = H_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

Photonenkonzept

Die obige Ableitung einer Wellengleichung aus den Maxwell-Gleichungen ergab Wellengleichungen für das elektrische Feld und das magnetische Feld. In der Elektrodynamik wird meistens eine Wellengleichung für das nicht in elektrische und magnetische Anteile aufgespaltete elektromagnetische Feld benutzt. Dazu wird ein sogenanntes Vektorpotential mit drei skalaren Potentialfunktionen als Vektorkomponenten eingeführt (neben dem rein elektrischen skalaren Coulomb-Potential). Für dieses Vektorpotential gilt dann die Wellengleichung. Das Vektorpotential hat allerdings einen Freiheitsgrad zuviel. Er wird dann mit einer formalen Bedingung („Eichung“) eliminiert.

Diese Prozedur ergibt bei der Quantisierung des elektromagnetischen Feldes ein sehr großes Problem.

Anstelle des sehr üblichen Vektorpotentials lassen sich aber auch sogenannte Debye-Potentiale verwenden [22]. Mit zwei skalaren Potentialen lassen sich die beiden Freiheitsgrade des elektromagnetischen Feldes abbilden: linkszirkulare und rechtszirkulare Polarisierung. Diese Potentiale X_κ , $\kappa = +1, -1$ kombinieren elektrische und magnetische Anteile. Der Index gibt die Helizität und damit den Spin des Photons an. Die freie Wellengleichung lautet dann [22]:

$$(20) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial_x^2} + \frac{\partial^2}{\partial_y^2} + \frac{\partial^2}{\partial_z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial_t^2} \right) X_\kappa = 0, \quad \kappa = +1, -1$$

[22] Eberhard E. Müller: “Scalar Potentials for vectorfields in quantum electrodynamics”. Journal of Mathematical Physics 28 (1987), p. 2786-2790. Das ist Spezialliteratur. Die obige Betrachtung ist im Abschnitt II des Papers zu finden.

Eine Klassifizierung von „Elementarteilchen“ geht auf Eugene Wigner zurück [23]. Das Photon ist charakterisiert durch Ruhemasse 0 und Spin 1 (in Einheiten von $\hbar/2\pi$). Wigner zerlegt die Raum-Zeit-Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie, der Poincaré-Gruppe (auch als inhomogene Lorentz-Gruppe bezeichnet), in ihre Elemente. Das sind irreduzible Darstellungen. Diese Darstellungen werden durch die Parameter Ruhemasse und Spin indiziert. Innere Symmetrien der Elementarteilchen werden dabei nicht berücksichtigt, im Unterschied zum „Standardmodell“ der Hochenergie-Teilchen-Physik. - Raifeartaigh und Niederer [20] hatten auf Wigners Vorgehensweise zurückgegriffen.

[23] E. Wigner: “On Unitary Representations of the Inhomogeneous Lorentz Group”. Annals of Mathematics 40 (1939), p. 149.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie. Maxwell-Gleichungen.

Licht ist elektromagnetische Welle. Es wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben.
Die klassische Optik lässt sich auf die Maxwell-Gleichungen reduzieren.

Auch Wärmestrahlung ist eine elektromagnetische Welle. Auch klassische Wärmestrahlung lässt sich auf die Maxwell-Gleichungen reduzieren. Die Wärmestrahlung führte Max Planck zum Ausgangspunkt der Quantentheorie.

Für Wellen gilt das Superpositionsprinzip: Wellen lassen sich überlagern.
Die Superposition ist der Schlüssel für alle Arten von **Interferenzphänomenen**.
Derartige Phänomene lassen sich im Teilchenbild nicht behandeln.
Darin besteht ein grundlegender Unterschied zwischen Teilchen- und Wellenbild.

3.3 Wellengleichung und Wellenbild

Die Form einer Welle, ihre Amplitude und damit ihre Intensität und ihren Energieinhalt lässt sich an ihrer Steilheit anschaulich ablesen. Mathematisch wird die Steilheit einer Wellenfunktion durch den räumlichen Ableitungsoperator ermittelt.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

enthält die räumliche Differenzierung der Wellengleichung. Durch die zweifache Ableitung wechselt der Term das Vorzeichen. Das „Quadrat“ der Ableitungsoperation ist negativ. Um aus der Ableitung einen positiven Operator zu machen, dividieren wir den Ableitungsoperator durch die imaginäre Einheit i . ($i^2 = -1$)

$$(21) \quad \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

Der Operator (21) ist positiv. - Dieses heuristische Vorgehen lässt sich mathematisch sattelfest machen.

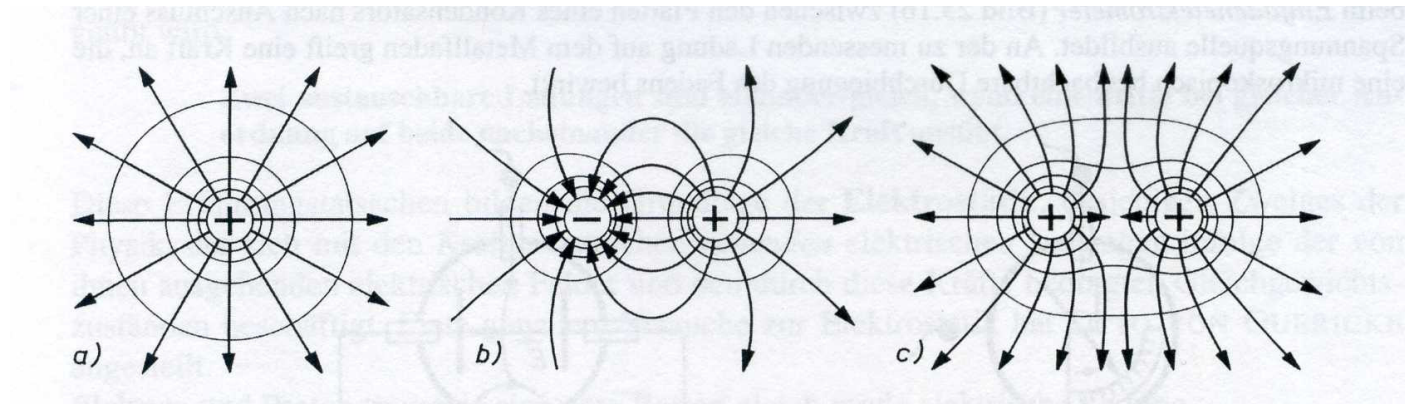
Der Operator (21) wird aus Gründen der physikalischen Konvention mit der Konstante $h/2\pi$ multipliziert und als Impulsoperator identifiziert:

$$(22) \quad \mathbf{P} = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x}$$

Der Impulsoperator $\mathbf{P}$ soll als charakteristisches Merkmal für das Wellenbild stehen.

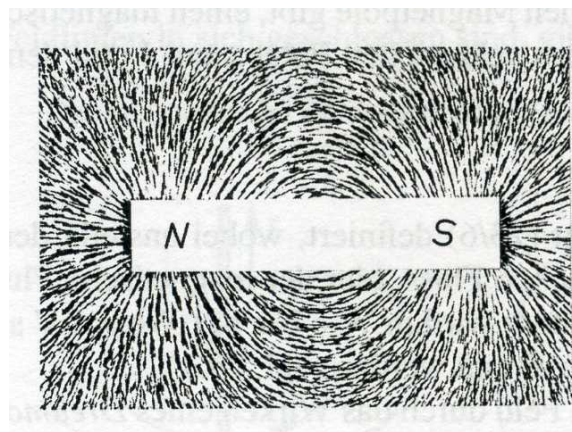
Nachtrag:

Visualisierung elektrischer und magnetischer Felder durch Feldlinien, mit denen Michael Faraday den elektrischen und magnetischen Feldbegriff etablierte.

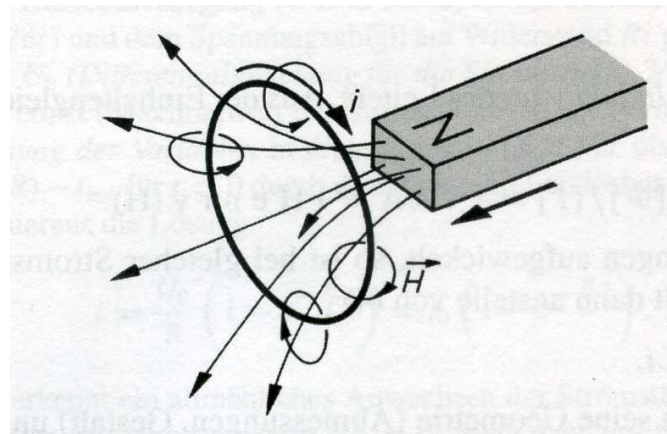


Elektrische Feldlinien. Konvention: + Pole: Quellen; – Pole: Senken

Magnetische Feldlinien. Konvention: Nordpol: Quelle; Südpol: Senke



Stabmagnet, der Eisenfeilspäne ausrichtet.



Stabmagnet bewegt sich auf Leiterschleife zu.

Abbildungen aus [19]; oben: S. 212; unten, links: S. 249, rechts, S. 265.

4. Ausgewähltes zur Thermodynamik

4.1 Historisches



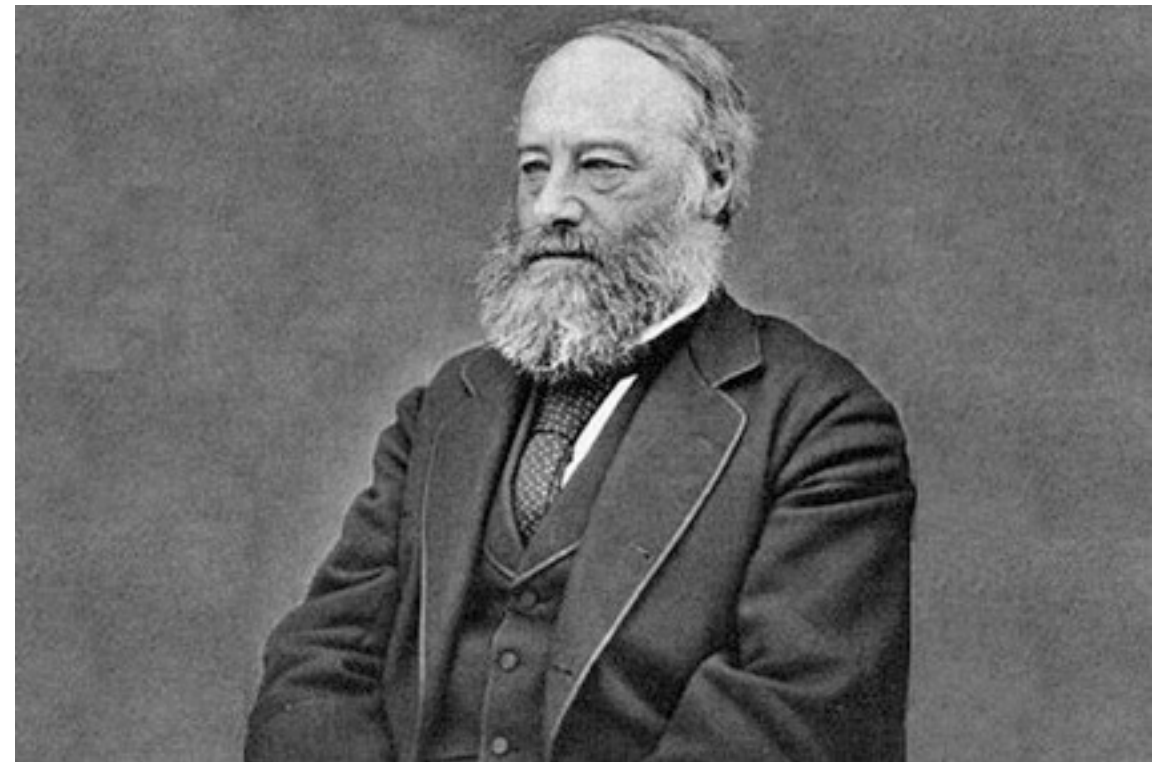
Julius Robert Mayer (1814 - 1878)

Arzt, formuliert als Erster den **Energieerhaltungssatz**.

16. Juni 1841: „Über die quantitative und qualitative Bestimmung der Kräfte“.
(*Kraft meint hier den modernen Energiebegriff.*) Diese Abhandlung schickt er an Poggendorffs Annalen der Physik. Sie wird aber nie veröffentlicht, man findet sie schließlich im Nachlass Poggendorffs.

Brief v. 24. Juli 1841 an Carl Baur in Tübingen: „... auch sie [die Kräfte] sind wie die Substanz unzerstörbar, auch sie kombinieren sich miteinander, verschwinden somit in ihrer alten Form (werden qualitativ Null) und treten dafür in einer neuen auf. Der Zusammenhang der ersten und der zweiten Form ist ebenso wesentlich als der von Wasserstoff und Sauerstoff und Wasser. Die Kräfte sind Bewegung, Elektrizität und Wärme. ... Wenn Bewegung abnimmt und aufhört, so bildet sich immer ein dem verschwindenden Kraft- (Bewegungs-) Quantum genau entsprechendes Quantum von Kraft mit anderer Qualität, namentlich also Wärme.“

31. März 1842, eingesandt an Justus von Liebig's Annalen der Chemie und Pharmacie:
„Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur“. Veröffentlicht am 31. Mai 1842.
„... Unter Anwendung der aufgestellten Sätze auf die Wärme- und Volumenverhältnisse der Gasarten findet man ..., daß dem Herabsinken eines Gewichtsteiles von einer Höhe von circa 365 m die Erwärmung eines gleichen Gewichtsteiles Wasser von 0° auf 1° entspreche.“
Damit gibt Robert Mayer als erster ein **mechanisches Wärmeäquivalent** an.



James Prescott Joule (1818 – 1889)

Wasser wird in einem Kalorimeter durch mechanische Energie gerührt: ein Rührwerk treibt ein herabsinkendes Gewicht an. Joules' Ergebnis: 4,16 Joule erhöhen die Temperatur von 1 g Wasser um 1°.

Philosophical Magazine 31, 173 (1847); 35, 533 (1849).



Rudolf Clausius (1822 –1888)

24. April 1865, Vortrag in der Naturforschenden Gesellschaft zu Zürich:
„Über verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen
der mechanischen Wärmetheorie“.
Annalen der Physik und Chemie. Band CXXV. 1865 No. 7.

„ ... Sucht man für S einen bezeichnenden Namen, so könnte man ... sagen, sie sey
der Verwandlungsinhalt des Körpers. ... so schlage ich vor, die Größe S die
Verwandlung, die Entropie des Körpers zu nennen.“

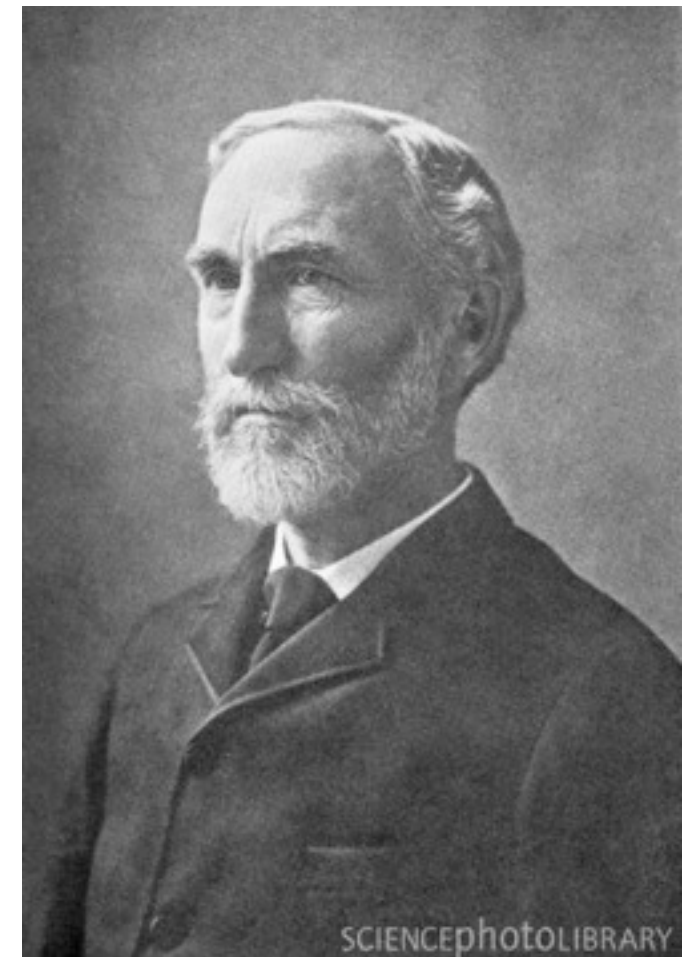


James Clerk Maxwell (1831 – 1879)

Elektrodynamik, Maxwellsche Feldgleichungen.

Mitbegründer der Kinetischen Gastheorie:

1859: Die Geschwindigkeitsverteilung von Gasmolekülen im thermischen Gleichgewicht wird durch ihre Temperatur bestimmt.



Josiah Willard Gibbs (1839 – 1903)

leitet die Verteilungsfunktion für das thermische und chemische Gleichgewicht ab.



Ludwig Boltzmann (1844 – 1906)

Mitbegründer der Kinetischen Gastheorie.

Statistische Entropie: $S = k \ln W$.

Boltzmann-Gleichung zur Beschreibung irreversibler Prozesse. Um dabei Irreversibilität zu bekommen, müssen chaotische Anfangsbedingungen vorausgesetzt werden.

4.2 Erster und Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Alle Prozesse in der Mechanik, in der Elektrodynamik, ganz allgemein in Natur und Technik sind immer mit Reibung, mit Dämpfung verbunden. Das hat zur Folge, dass im Ablauf eines Prozesses die Summe der auftretenden kinetischen und potentiellen Energie nicht erhalten ist. Die Forderung der Energieerhaltung für abgeschlossene Systeme macht es nötig, bei einer gesamten Energiebilanz die auftretende Wärme zu berücksichtigen. Kommt zu den mechanischen und elektromagnetischen Energieformen die Wärme hinzu, gilt der Energieerhaltungssatz:

I. Hauptsatz der Thermodynamik: Energieerhaltung:

In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe aus Wärmeenergie und mechanischer oder sonstiger Energie konstant.

Energieerhaltung

U: innere Energie

Q: Wärme

W: mechanische Arbeit und sonst noch auftretende äquivalente Energieformen

Erster Hauptsatz:

$$U = Q + W$$
$$dU = dQ + dW \quad (\text{differentielle Form})$$

Festlegung: Wird die Wärme Q dem System zugeführt, oder wird die Arbeit W am System geleistet, dann werden diese Größen **positiv** verrechnet.

Wird Q an die Umgebung abgegeben, oder wird W an der Umgebung geleistet, dann werden die Größen **negativ** verrechnet.

Mechanische Energie lässt sich vollständig in Wärme umwandeln. Dieser **Prozess** ist aber nicht vollständig umkehrbar, er ist **irreversibel**. Bei der Verbrennung eines Stücks Holz entstehen Asche, Verbrennungsgase und freiwerdende Energie. Fügen wir alle Verbrennungsreste sorgfältig wieder zusammen, entsteht das ursprüngliche Holz nicht wieder spontan. Filmen wir den Verbrennungsvorgang, können wir klar sagen, wann der Film vorwärts und wann er rückwärts läuft.

Kommen zwei Körper unterschiedlicher Temperatur miteinander in Wärmekontakt, fließt Wärmeenergie vom Körper höherer Temperatur zum Körper niedrigerer Temperatur. Beide Körper zusammen streben einem gemeinsamen Wärmegleichgewicht entgegen. Es stellt sich eine Ausgleichstemperatur ein, die zwischen den beiden Anfangstemperaturen liegt. Dieser Prozess ist nicht umkehrbar, ist irreversibel: Der spontane Ablauf des umgekehrten Vorgangs ist nie beobachtet worden.

Auch die Diffusion, bei der sich beispielsweise zwei Gase oder zwei Flüssigkeiten vermischen, ist ein irreversibler Vorgang. Sind die beiden Komponenten homogen vermischt, ist eine spontane Entmischung nie beobachtet worden.

Die Irreversibilität unterscheidet zwischen Vergangenheit und Zukunft. Sie versieht die Zeit mit einer Richtung, mit einem „Pfeil“: Der „Zeitpfeil“ zeigt von der Vergangenheit in die Zukunft.

2. Hauptsatz der Thermodynamik:

Die Richtung irreversibler Prozesse kann nicht ohne Arbeitsverrichtung von außen umgekehrt werden.

4.3 Ideales Gas

Volumenausdehnung durch Erwärmung (K: °Kelvin; ϑ : empirische Grad-Skala, °C beispielsweise.
Der Index 0 bezieht sich auf den Schmelzpunkt von Wasser bei Standarddruck):

$$V = V_0 \left(1 + \frac{1}{273,15K} \vartheta \right) = V_0 \frac{273,15K + \vartheta}{273,15K} = V_0 \frac{T}{T_0}$$

Bei konstant gehaltenem Druck gilt

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} = \text{const.}$$

I. Gay-Lussacsches Gesetz

für ein ideales Gas.

Bei konstant gehaltenem Volumen gilt bei Erwärmung die Beziehung

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T} = \text{const.}$$

2. Gay-Lussacsche Gesetz

und bei konstant gehaltener Temperatur

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 = \text{const.}$$

Boyle-Mariottesches-Gesetz

Zusammenfassung dieser drei Beobachtungen zur

„Thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases“:

$$(23) \quad \frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$$

Gesetz von Avogadro

1 mol eines idealen Gases bei den „Normbedingungen“

$$\begin{aligned} p_0 &= 1013,25 \text{ hPa} \\ T_0 &= 273,15 \text{ K} \end{aligned}$$

nimmt, unabhängig von seiner chemischen Beschaffenheit,
das Normvolumen $V_{m0} = 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ ein,

$$R_m := \frac{p_0 V_{m0}}{T_0} = 8,3145 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad \text{allgemeine Gaskonstante}$$

Die allgemeine Gaskonstante in die thermische Zustandsgleichung des idealen Gases eingesetzt ergibt

$$(24) \quad p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T$$

n : Zahl der Mole des Gases

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R_m \cdot T$$

m : Masse des Gases; $m = n \cdot M$

$$= m \cdot R \cdot T$$

mit der speziellen Gaskonstante $R := R_m / M$
und der Molmasse M .

Die Molmasse M beträgt so viel Gramm, wie die relative Atom- bzw. Molekülmasse angibt.

Die relative Atommasse (Molekülmasse) gibt an, wievielmal größer die Masse eines Atoms (Moleküls) ist als der 1/12. Teil der Masse des Kohlenstoffisotops ^{12}C .

Der Erste Hauptsatz für das ideale Gas lautet:

$$(25) \quad dU = dQ - p \, dV$$

Dehnt sich das Gas aus (Volumenarbeit), wird gegen die äußere Kraft $F = p A$ (A ist die Querschnittsfläche des beweglichen Kolbens des Behälters, in dem das Gas eingeschlossen ist) Arbeit (Kraft $\cdot$ Weg) verrichtet:

$$(26) \quad dW = F \, ds = p A \, ds = - p \, dV$$

Wird die Ausdehnungsarbeit des Modell-Gases quasistatisch und damit reversibel ausgeführt, bleibt bei einer isothermischen Zustandsänderung ($dT = 0$) die innere Energie U unverändert. (Zu einer expliziten Ableitung siehe [19], S. 152.) Daraus ergibt sich

$$(27) \quad dQ = p \, dV = - dW \quad \text{für isothermische Zustandsänderung}$$

(24) in (27) eingesetzt:

$$(28) \quad W = \int_1^2 dW = - m R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - m R T (\ln V_2 - \ln V_1)$$

4.4 Carnotscher Kreisprozess

Historisches:

Sadi Carnot (1796 – 1832) behandelt in seiner 1824 erschienenen Arbeit „Betrachtungen über die bewegende Kraft des Feuers und die zur Entwicklung dieser Kraft geeigneten Maschinen“ den Carnot-Prozess, um die physikalischen Grundlagen der damals schon entwickelten Dampfmaschine zu verstehen.

1821-1826 lebte der in Paris geborene Ingenieuroffizier im Exil in Magdeburg.

Definitionen: **Wärmereservoir, Thermometer**

Wir betrachten ein thermodynamisches System A und bringen es in thermischen Kontakt mit einem anderen thermodynamischen System B.

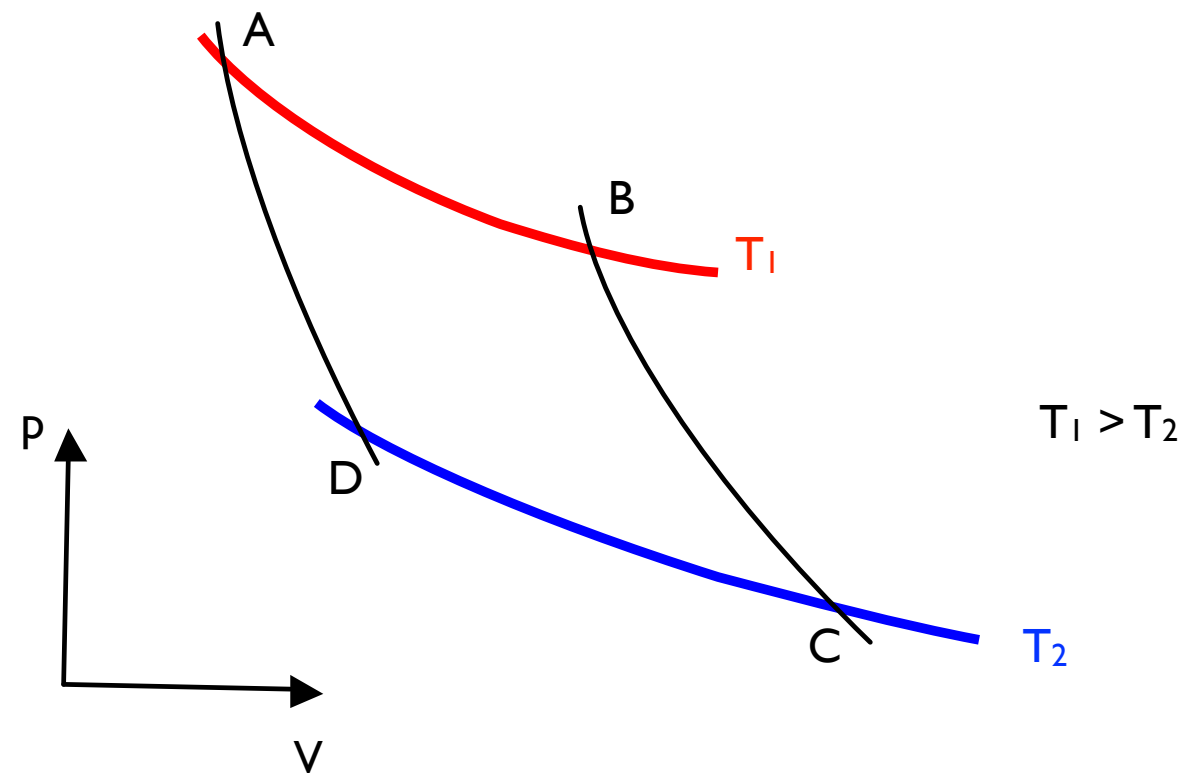
Ist die Wärmekapazität des Systems B sehr klein gegen die Wärmekapazität des Systems A, können wir B als Thermometer benutzen: Bei einer Temperaturmessung am System A wird die Veränderung der Temperatur von A durch den Wärmekontakt mit dem Thermometer B vernachlässigbar klein. Die Störung des zu messenden Temperaturzustands durch die Messung bleibt dann entsprechend vernachlässigbar.

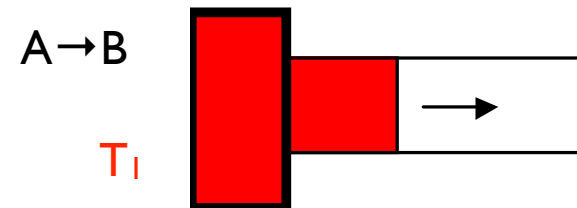
Ist die Wärmekapazität des Systems B sehr groß und befindet sich B im thermischen Gleichgewicht bei einer festen Temperatur, können wir B als Wärmereservoir benutzen: Im thermischen Kontakt mit B wird System A die Temperatur des Wärmereservoirs B annehmen, ohne dass diese sich merklich ändert.

Carnotscher Kreisprozess

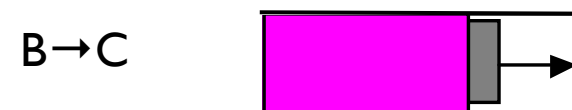
(siehe [19], S. 168 ff.)

p-V-Diagramm

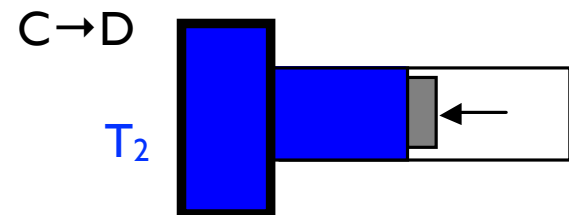




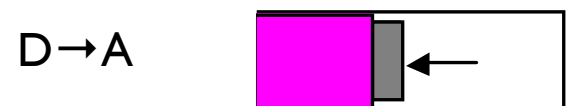
Isotherme Expansion: Wärme Q_1 zugeführt,
vom Wärmereservoir auf der Temperatur T_1



adiabatische Expansion (kein Wärmeaustausch mit der Umgebung)
 $\Rightarrow T_1 \rightarrow T_2$



isotherme Kompression: Wärme Q_2 abgegeben,
an das Wärmereservoir der Temperatur T_2



adiabatische Kompression (kein Wärmeaustausch mit der Umgebung)
 $\Rightarrow T_2 \rightarrow T_1$

AB:

Wir gehen aus vom Wert des Drucks p und des Volumens V im Punkt A. Die Temperatur in A betrage T_1 . Im p - V -Diagramm führen wir in Kontakt mit dem Wärmereservoir der Temperatur T_1 eine **isotherme Expansion** durch, eine isotherme Ausdehnung, und erreichen Punkt B. Dabei wird dem betrachteten Gasvolumen, unserem Modell-System, die Wärmemenge Q_1 zugeführt. Bei der Expansion setzt das Gas die Arbeit W_{AB} frei.

$$Q_1 = |W_{AB}|$$

$$W_{AB} = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_A}{V_B} < 0, \quad \text{wegen } V_B > V_A \quad (\text{dabei (28) benutzt})$$

CD:

In Kontakt mit dem Wärmereservoir der Temperatur T_2 erfolgt eine isotherme Kompression. Dabei wird die Wärme Q_2 abgegeben und am Gas die Arbeit W_{CD} geleistet.

$$|Q_2| = W_{CD}$$

$$W_{CD} = m \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_C}{V_D} > 0, \quad \text{wegen } V_D < V_C$$

Die Beiträge der beiden adiabatischen Prozessschritte zur Arbeitsenergie heben sich auf.

Die Nutzarbeit nach einem Umlauf ist die Differenz der zugeführten und der abgegebenen Wärmemenge:

$$|W| = |W_{AB} + W_{CD}| = Q_1 - |Q_2| = Q_1 + Q_2, \quad \text{mit } Q_2 < 0$$

Unter Hinzuziehen von Adiabatengleichungen des idealen Gases ([19], S. 169)

ergibt sich $V_A/V_B = V_D/V_C$. Eingesetzt oben in W_{CD} ergibt sich für die Arbeit die Bilanz:

$$|W| = m \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

Thermischer Wirkungsgrad η = gewonnene mechanische Arbeit / zugeführte Wärme

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}$$

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Anwendungen

Der Carnot-Wirkungsgrad gibt den maximalen Anteil der Wärme an, die in einer Wärme-Kraft-Maschine in mechanische Arbeit, oder zu einer ihr äquivalenten Energie (beispielsweise elektrische Energie) umgewandelt werden kann.

Leistungszahl einer Wärmepumpe: $\frac{T_1}{T_1 - T_2}$

Leistungszahl einer Kältemaschine: $\frac{T_2}{T_1 - T_2}$

4.5 Entropie

Der Carnot-Kreisprozess ist ein **reversibler** Prozess. Voraussetzung dafür ist, dass der Wärmekontakt **quasistatisch** vollzogen wird, so dass sich zu jedem Zeitpunkt ein Wärmegleichgewicht einstellt. Der Kreisprozess ist eine Abfolge von Gleichgewichtszuständen.

Wirkungsgrad η_{Carnot} umformuliert: $1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Daraus folgt: $\frac{Q_2}{Q_1} = - \frac{T_2}{T_1}$

$$\frac{Q_2}{T_2} = - \frac{Q_1}{T_1}$$

Die letzte Gleichung lässt sich als einen Kreisprozess auffassen, der aus den Zustandspunkten 1 und 2 besteht. Verallgemeinerung:

$$\oint \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} = 0$$

Der Kreisprozess, der von einem bestimmten Punkt ausgeht und an diesem endet, ist unabhängig vom Weg. Die Größe

$$S = \frac{Q_{\text{rev}}}{T}$$

ist eine Zustandsgröße. Seit Clausius wird sie als „Entropie“ bezeichnet. In differentieller Schreibweise:

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

Für einen spontan ablaufenden irreversiblen Vorgang $1 \rightarrow 2$ gilt immer:

$$S_2 > S_1$$

Dies ist der Inhalt des Zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik.

Entropie am Beispiel des idealen Gases

Isotherme Expansion des idealen Gases:

$$(29) \quad \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dQ_{rev}}{T} = m R \ln \frac{V_2}{V_1} > 0, \quad \text{wegen } V_2 > V_1$$

Zur Auswertung der rechten Seite der dritten Gleichung werden die Gleichungen (27) und (28) benutzt.

4.6 Kinetische Gastheorie, statistische Entropie

Die kinetische Gastheorie geht von einer großen Zahl von Mikroteilchen, Molekülen und Atomen aus. Deren Verhalten wird auf wenige thermodynamische Parameter wie Temperatur, Druck, Volumen reduziert. Das thermodynamische Verhalten wird statistisch aus dem mikroskopischen Verhalten abgeleitet.

Die kinetische Gastheorie stellt sich die Durchmischung zweier Gase als einen statistischen Zufallsprozess vor. Moleküle halten sich entsprechend mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in einem bestimmten Raumbereich auf. Die kinetische Gastheorie liefert eine statistische Deutung des Phänomens der Irreversibilität: Die Richtung spontan ablaufender Prozesse zeigt vom Zustand geringerer Wahrscheinlichkeit zum Zustand höherer Wahrscheinlichkeit. Mit anderen Worten: Spontane Prozesse haben die Tendenz, einen Zustand mit einer höheren „Unordnung“ anzustreben, die Organisation von Ordnung zu minimieren. Wir suchen eine physikalische Größe, die diese Tendenz beschreibt, die statistische Entropie.

Wir beziehen die Wahrscheinlichkeit eines thermodynamischen Zustands auf die Zahl seiner Realisierungsmöglichkeiten W auf der Ebene der Moleküle. Der thermodynamische Zustand, in dem die größtmögliche Zahl W von Mikrozuständen der molekularen Ebene realisiert ist, ist der thermodynamische Zustand mit der höchsten Wahrscheinlichkeit. Systeme haben die Tendenz, diesen Zustand maximaler Wahrscheinlichkeit spontan zu erreichen und darin zu verbleiben: Gleichgewichtszustand.

Wir betrachten zwei voneinander unabhängige statistische Systeme.

Das System 1 befinde sich in einem Zustand, dessen thermodynamische Wahrscheinlichkeit durch die Zahl W_1 von Mikrozuständen gegeben ist, das System 2 in einem Zustand, der durch die Anzahl W_2 charakterisiert ist. Dann ist die kombinierte Anzahl W der Mikrozustände im gesamten System, die die thermodynamische Wahrscheinlichkeit des Gesamtsystems bestimmen, gegeben durch

$$W = W_1 \cdot W_2$$

Für statistisch unabhängige Systeme soll sich die Entropie des Gesamtsystems additiv aus den Entropiebeiträgen der Teilsysteme zusammensetzen:

$$S(W) = S(W_1) + S(W_2)$$

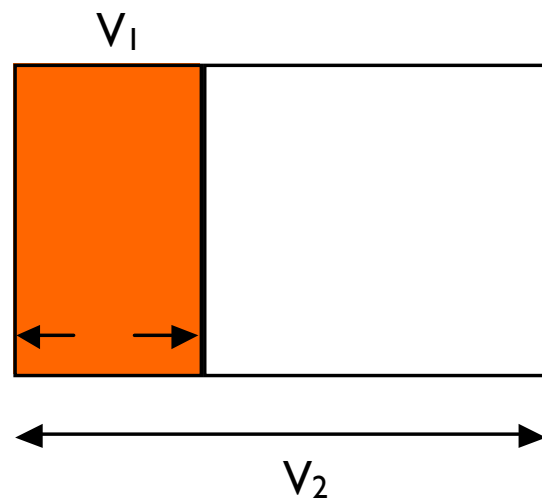
Beide Forderungen werden befriedigt durch den Ansatz

$$S(W) \sim \ln(W)$$

Die Proportionalitätskonstante wird mit k bezeichnet und nach einem Vorschlag von Max Planck Boltzmann-Konstante genannt. Die **statistische Entropie** wurde von Ludwig Boltzmann eingeführt.

$$S(W) = k \ln(W)$$

Zusammenhang zur thermodynamischen Entropie



Ein Gas ist zunächst im Volumen V_1 eingeschlossen und expandiert dann in das Gesamtvolumen V_2 .
Damit hat es im größeren Volumen V_2 mehr Realisierungsmöglichkeiten für räumliche Bahnen.

Die Realisierungsmöglichkeiten W eines thermodynamischen Zustands wachsen mit dem Volumen.
Für ein einzelnes Molekül gilt:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Für N Moleküle gilt:

$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^N$$

Entropiezuwachs bei der freien Expansion der Moleküle:

$$(30) \quad \Delta S = S_2 - S_1 = k \ln W_2 - k \ln W_1 = k \ln \frac{W_2}{W_1} = k \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^N = k N \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Vergleich mit dem Entropiezuwachs bei der Expansion eines idealen Gases (siehe (29)):

$$(29') \quad \Delta S = S_2 - S_1 = n R_m \ln \frac{V_2}{V_1}$$

(29) bzw. (29') ist die thermodynamische Entropie, (30) ist die statistische Entropie.
Beide werden gleichgesetzt:

$$(31) \quad k N = n R_m$$

Mit der Avogadro-Konstante N_A , der molaren Teilchenzahl $6,022142 \cdot 10^{23}$
setzen wir $N = n N_A$, wobei n die Zahl der Mole ist.

$$\Rightarrow k = \frac{n}{N} \cdot R_m = \frac{R_m}{N_A} = 1,380\,650 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

4.7 Wissenschaft, Technik, Wirtschaft

Zum langfristigen **Wachstum der Weltwirtschaft** (in %) gibt der französische Ökonom Piketty folgende Abschätzung an [24]:

	Wirtschaftsleistung der Welt	Weltbevölkerung	Wirtschaftsleistung pro Kopf
0 – 1700:	0,1	0,1	0,0
1700 – 1820:	0,5	0,4	0,1
1820 – 1913:	1,5	0,6	0,9
1913 – 2012:	3,0	1,4	1,6

In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts kommt die Nutzung der Dampfmaschine in der Industrie und im Verkehr auf (Lokomotiven, Schiffe). In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts kommt die Elektrizität hinzu. Thermodynamik und Elektrotechnik werden zu einem Schlüssel für die wirtschaftlich genutzte Technik

[24] Thomas Piketty: „Capital in the Twenty-First Century“. Harvard University Press, 2014, p 73. Liegt auch in deutscher Übersetzung vor.

Die Zeit und die Motivation gerade der Arbeit Sadi Carnots (1824) fällt auf.

Clausius verfasste seine Pionierarbeiten zur Thermodynamik (1865) an der 1855 neu gegründeten Eidgenössisch Technischen Hochschule (ETH, damals „Eidgenössisches Polytechnikum“) in Zürich.

- Das Hauptgebäude der Hochschule wurde 1858-1864 von dem Architekten und Kunsttheoretiker Gottfried Semper gebaut, was die gesellschaftliche Wertschätzung der Hochschule erkennen lässt. -

In Karlsruhe wurde 1865 das Polytechnikum zur Technischen Hochschule erhoben, wo

Heinrich Hertz 1886 die bahnbrechenden Experimente zum Nachweis der elektromagnetischen Wellen durchführte.

Der rechtsläufige Carnotsche Kreisprozess (η_{Carnot}) war in der Vergangenheit zur Beurteilung der Effektivität von Wärmekraftmaschinen (Elektrizitätskraftwerke, Antriebsmotoren, ...) wichtig. Für die Energiewende im 21. Jahrhundert wird er als linksläufiger Prozess, nämlich als Wärmepumpe (und auch als Kältemaschine) eine zentrale Rolle spielen. Die Leistungszahl für die Wärmepumpe (der Kehrwert von η_{Carnot}),

$$\eta_{\text{WP}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

gibt an, wie viel mechanische bzw. elektrische Energie mindestens aufgewandt werden muss, um Wärmeenergie von niedriger Temperatur auf Wärmeenergie höherer Temperatur zu „pumpen“. Wir betrachten einen Erdkollektor aus einem im Erdreich verlegten Schleifensystem von Rohren als Wärmereservoir, das selbst im Winter eine Temperatur von kaum unter 4°C ($T_2 = (273+4) \text{ K} = 277 \text{ K}$) hat. Im Gebäude wird zur Heizung (Fußbodenheizung oder andere Niedertemperaturheizung) eine Temperatur von bis zu 25°C, also $T_1 = 273 \text{ K} + 25 \text{ K} = 298 \text{ K}$ gebraucht. Daraus ergibt sich eine Leistungszahl der Wärmepumpe von $\eta_{\text{WP}} = 298\text{K} / (298 - 277)\text{K}$, also $\eta_{\text{WP}} = 14,2$. Das heißt, mittels 1 elektrischen kWh werden 14 thermische kWh bereitgestellt. Am Markt vorhandene moderne Systeme weisen eine Jahresarbeitszahl von über 5 aus. (Diese Zahl inkorporiert typische Wohnnutzungsprofile und den technisch-handwerklichen Stand und weicht vom theoretisch maximalen Wert η_{WP} ab.)

Der Anteil der fossilen Energieträger an der Heizung von privaten Haushalten in Deutschland beläuft sich (2013, siehe [25], S. 660) auf 38 Mio t SKE (Steinkohle-Einheiten) = 300 TWh. Dieser Bedarf kann durch elektrisch betriebene Wärmepumpen mit 60 TWh abgedeckt werden. Die Bereitstellung von Warmwasser für private Haushalte erhöht den Bedarf um ca 30%, also auf 80 TWh. (Zum Vergleich: Der gegenwärtige jährliche Stromverbrauch in Deutschland liegt über 500 TWh und wird zu einem Drittel schon jetzt regenerativ erzeugt)

Wird die Elektrizität für die Wärmepumpen komplett durch regenerative Energie bereitgestellt, werden ca 35 Mio t Heizöl-Äquivalent (Erdgas eingerechnet) substituiert. Schätzungsweise ein vergleichbarer Bedarf an Heiz- und Warmwasser im Bereich Industrie, Gewerbe, Handel und Dienstleistung ließe sich von fossiler Energie auf regenerative Energie umstellen.

Damit lassen sich durch Wärmepumpentechnik in Deutschland ca 70 Mio t Heizöl-Äquivalente regenerativ substituieren. Dem entspricht eine Reduktion von CO₂-Emissionen von ca 200 Mio t, das sind mehr als 20 % der gegenwärtigen CO₂-Emissionen Deutschlands. (Der Rest ist Verkehr, fossile Stromerzeugung und Industrie.)

Die Grundlage der Photovoltaik zur Erzeugung regenerativer Elektrizität ist der photoelektrische Effekt. Seine theoretische Aufklärung 1905 durch Einstein wird uns im folgenden Abschnitt „Beginn der Quantentheorie“ begegnen.

[25] Der Neue Fischer Weltalmanach 2016, Zahlen, Daten, Fakten. Fischer Verlag, Frankfurt a. M., 2015.

5. Beginn der Quantentheorie

Zwischenbilanz

Wir haben bis 1900 in der Physik anerkannte wesentliche Grundlagen skizziert:

Die **Newtonschen Axiome** der Mechanik, die sich auf eine **Teilchenvorstellung** beziehen; wir haben sie am Beispiel des freien Falls entwickelt.

Wir haben die freien **Maxwell-Gleichungen** der Elektrodynamik aus Faradays Induktionsgesetz in Kombination mit einer antisymmetrischen Transformation abgeleitet. Sie beschreiben elektromagnetische Wellen und entwerfen dabei ein teilchenfreies **Konzept einer Welle**. (Wasserwellen, Schallwellen, Schallwellen in Festkörpern referieren auf ein Teilchenbild.)

Der Carnot-Kreisprozess hat uns das Konzept der Entropie nahegelegt. Die beiden **Hauptsätze der Thermodynamik** wurden bereitgestellt. Die Möglichkeit der Identifikation von thermodynamischer (nach Clausius) und statistischer (nach Boltzmann) **Entropie** ist ein Hinweis auf die Universalität der Idee des Entropiebegriffs.

Die vorgestellten Konzepte werden wir als Werkzeuge bei der Hinführung zur Quantentheorie einsetzen.

5.1 Grenzen der “Klassischen Physik“

Weit über 200 Jahre, von 1687 bis 1900, galt die Newtonsche klassische Physik als die erfolgreiche und perfekte, axiomatisch gegründete Beschreibung von Materie. Ihr Geltungsbereich schloss nicht nur die Erde, sondern auch das ganze Universum mit ein.

Die Akustik, die Thermodynamik der kinetischen Gastheorie, die Strömungsphysik ließen sich auf Newtonsche Mechanik reduzieren. Auch die physikalische Chemie, die Chemie insgesamt arbeitete mit dem klassischen Teilchenbild.

Der Elektromagnetismus, die Optik und die Wärmestrahlung ließen sich aus den klassischen Maxwell-Gleichungen ableiten.

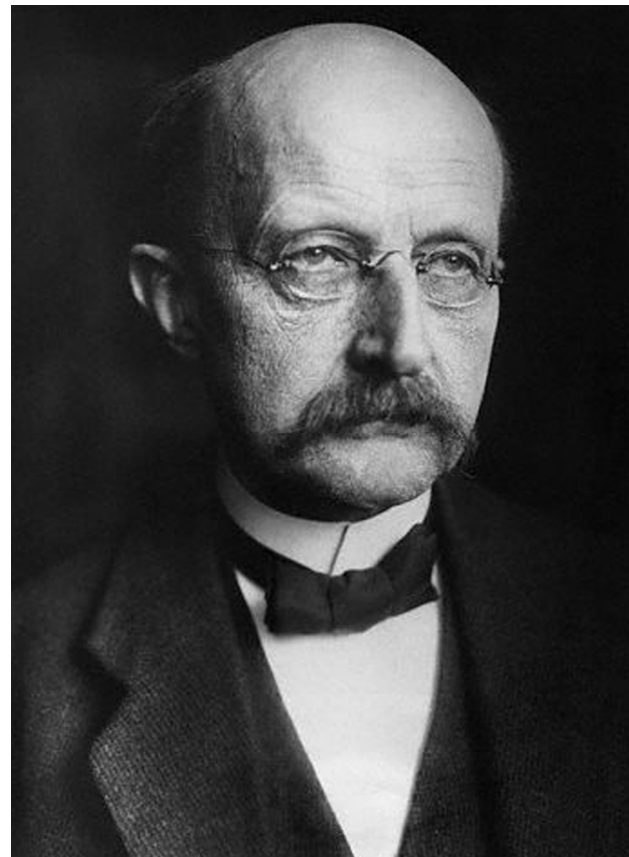
Doch an der Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert ergaben sich Fragen, auf die es im Rahmen der klassischen Physik keine Antworten gab:

- Wie lässt sich das Periodensystem der chemischen Elemente erklären?
- Warum emittiert Materie Licht, beispielsweise im Falle rot glühenden Eisens?
- Warum leuchtet eine Kerzenflamme gelb auf, wenn Salz in die Flamme gestreut wird?
- Spektralanalyse der Elemente: Was ist der Grund für die Emission und Absorption von Licht mit charakteristischen Wellenlängen?
- Erklärung des photoelektrischen Effekts?
- Radioaktivität?
- Atommodelle (Rutherford 1908-1911, Bohr 1913): Warum ist die Materie stabil?
- Supraleitung: Bei sehr tiefen Temperaturen verschwindet der elektrische Widerstand (Onnes, 1911).
- Woher kommt die Energie der Sonne?
- Auch die Frage nach der Irreversibilität muss auf dieser Liste stehen bleiben.

Typische Grenzen der klassischen Physik ergeben sich im Zusammenhang von Phänomenen, wo Materie und elektromagnetische Strahlung miteinander wechselwirken. Im Rückblick ist das nicht überraschend. Denn gerade die Vereinigung von Teilchenbild und Wellenbild führt zur Quantentheorie. Dazu war es notwendig, radikal neue Konzepte einzuführen, um der Physik ein Fundament zu geben.

Um die Revolution im Denken der Physik beleuchten zu können, war es notwendig, die Grundlagen der klassischen Physik sich zu vergegenwärtigen. Eine Stärke der klassischen Physik liegt darin, dass ihr Gegenstand der Beschreibung im Rahmen der gewohnten räumlichen Anschauung wahrgenommen werden kann.

5.1 Beginn der Quantentheorie: Max Planck



Max Planck, 1858-1947

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie: Beginn der Quantentheorie

„Obwohl es seit dem Dezember 1900 andere wichtige Neuheiten in der Physik gegeben hat, hat die Welt einen Kopf wie Planck nie mehr hervorgebracht.“ [28]

Abraham Pais

Persönliches

Max Planck ist am 23. April 1858 in Kiel geboren.

Die Familie Planck stammt aus dem schwäbischen Nürtingen (am Neckar),
wo Georg Jakob Planck (Ur-Urgroßvater von Max) Stadt- und Amtsschreiber war.
Urgroßvater und Großvater waren Theologieprofessoren in Göttingen.

Max Plancks Vater:

Wilhelm von Planck (1817-1900), Juraprofessor, lehrte in Basel, Greifswald, Kiel, München;
(dessen Bruder ebenfalls Juraprofessor in Göttingen, Mitverfasser des BGB, in Kraft getreten zum 1.1.1900)

Max Plancks Mutter:

Emma Planck, geb. Patzig (1821-1914), stammt aus Greifswald; in ihrer Familie Staatsbeamte,
Verwaltungsbeamte, Pfarrer.

Max Plancks Bruder Hermann fiel im Krieg von 1870/71 in der Schlacht von Orléans.

1887 Heirat mit Marie Merck (1861-1909). Vier Kinder:

Karl (1888-1916), gefallen 1916 bei Verdun.

Zwillingschwester Grete (1889-1917), Emma (1889-1919), beide sterben bei der Geburt des jeweils ersten Kinds.

Erwin (1893-1945).

1911 zweite Heirat Max Plancks, mit Margareta (Marga) von Hoeßlin (1882-1949).

1911 gemeinsames Kind Hermann (1911-1954).

Erwin Planck war Staatssekretär des letzten Kanzlers der Weimarer Republik, General Kurt von Schleicher. Schleicher wurde am 30. Juni 1934 in seinem Haus von einem NS-Kommando erschossen. Danach schloss sich Erwin Planck dem Widerstand gegen Hitler an. Nach dem Attentat gegen Hitler am 20. Juli 1944 wurde er zum Tode verurteilt. Max Plancks Gnadengesuch an Hitler blieb unbeantwortet. Erwin Planck wurde am 23. Januar 1945 im Gefängnis Plötzensee in Berlin als Mitverschwörer hingerichtet [26].

Max Planck überlebt seine erste Frau und alle vier Kinder mit ihr.

[26] Astrid von Pufendorf: „Die Plancks. Eine Familie zwischen Patriotismus und Widerstand“. Propyläen Verlag, Berlin, 2006.

- 1879 Dissertation in München: „Über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie“. Planck reflektierte die Schriften von Clausius sehr gründlich und verallgemeinerte Clausius' Formulierung des zweiten Hauptsatzes.
- 1880 Habilitation: „Gleichgewichtszustände isotroper Körper in verschiedenen Temperaturen“. Ein für die physikalisch-chemische Thermodynamik wichtiger Beitrag.
- 1885 Extraordinarius für Theoretische Physik an der Universität Kiel.
- 1887 Wettbewerb der philosophischen Fakultät der Universität Göttingen: „Über das Wesen der Energie“. (2. Preis; der 1. Preis blieb vakant. Planck kritisierte einen Ansatz von Weber, der in der Jury saß.)
- 1889 Extraordinarius für Theoretische Physik an der Universität Berlin
- 1892 Ordentlicher Professor auf dem Lehrstuhl für theoretische Physik. Nachfolger von Gustav Kirchhoff, der 1887 gestorben war.
- 1894 In die Preußische Akademie der Wissenschaften gewählt.

- 1889 Umzug der Familie nach Berlin in die Tauentzienstr. 18a.
- 1905 10. März Einzug in das eigene Haus im Grunewald, Wangenheimstr. 21.

7. Oktober 1900:

An diesem Sonntagnachmittag besuchen Heinrich Rubens und seine Frau Marie Rubens die Familie Planck zuhause. Rubens war seit 1895 außerordentlicher Professor an der TH Charlottenburg, ab 1900 Ordinarius. Er nutzte bei seinen Experimenten zur Wärmestrahlung im Bereich bis über $50\mu\text{m}$ Wellenlänge das Labor von Ferdinand Kurlbaum an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Charlottenburg.

Planck hatte bis dato das Strahlungsgesetz, das Wilhelm Wien 1896 aufgestellt hatte, mit thermodynamischen Argumenten als universell gültig behauptet. Rubens macht nun Planck klar, dass inzwischen experimentell beobachtbare Abweichungen zum Wienschen Strahlungsgesetz stichhaltig sind. Das musste Planck alarmieren. Nachdem die Rubens nach ihrem Sonntagnachmittagsbesuch sich verabschiedet hatten, machte sich Max Planck noch am Abend an die Arbeit und interpolierte zwischen dem Wienschen Gesetz und dem neuen experimentellen Befund. Dabei erhielt er ein neues Strahlungsgesetz. Noch in der Nacht teilt er es auf einer Postkarte Rubens mit [27]. (Dies hat Abraham Pais recherchiert [28]. Das darüber hinaus Bekannte ist damit kompatibel.)

[27] Gerhard Hettner, Schüler von Rubens, Naturwissenschaft 10 (1922), S. 1033.

[28] Abraham Pais: „Raffiniert ist der Herrgott ...“, Albert Einstein, eine wissenschaftliche Biographie. Vieweg, Braunschweig, 1986.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie: Beginn der Quantentheorie

Gegen Mitternacht intoniert Max Planck auf dem Klavier Beethovens Ode an die Freude. Das wissen wir von seiner Frau Marie Planck. Sie sagt auch, daß das ganz ungewöhnlich war. Ein Hinweis, dass etwas Besonderes passiert sein musste [29].

Dazu passt ein Hinweis von Erwin Planck. Demnach bemerkte Max Planck gegenüber seinem Sohn Erwin auf einem Spaziergang im Grunewald im Herbst 1900: „Heute habe ich eine Entdeckung gemacht, die ebenso wichtig ist wie die Newtons.“ ([26], S. 27)

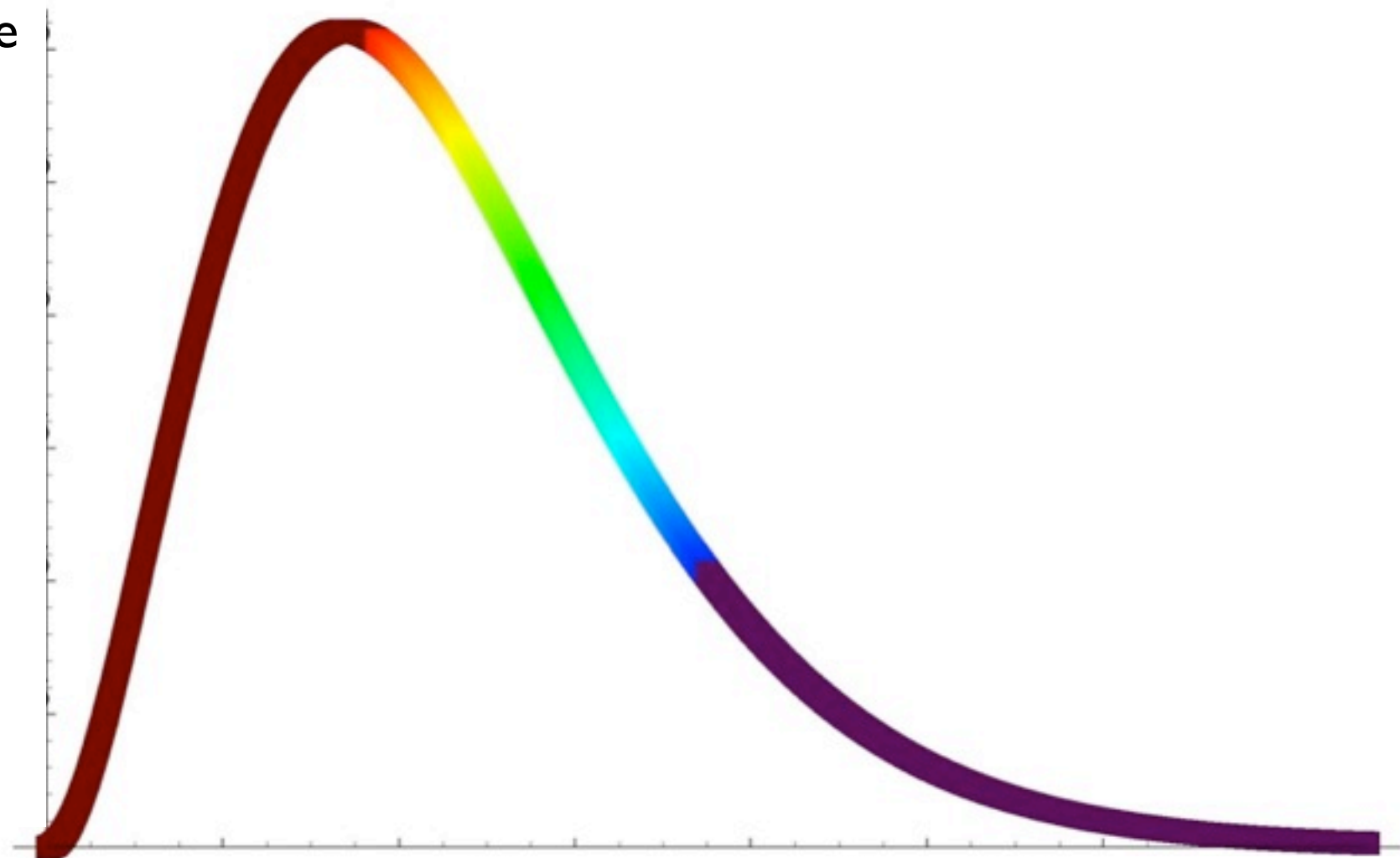
Am 19. Oktober 1900, bei einem Treffen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, berichtet Ferdinand Kurlbaum über die neuen Strahlungsmessungen in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Daran anschließend macht Planck in einer ausführlichen Diskussionsbemerkung seine neue Strahlungsformel öffentlich [31]. In der Nacht vom 19. auf den 20. Oktober vergleicht Rubens die Plancksche Formel mit den experimentellen Daten und stellt völlige Übereinstimmung fest [31].

[29] Heinrich Planck, Verwandter von Max Planck, Professor an der Universität Stuttgart, berichtete dies am 7.10.2000 in seinem Abendvortrag „Zur Person von Max Planck“ anlässlich des Symposiums „100 Years of Quantum Theory“ in Schwerte [30].

[30] „100 Years of Quantum Theory“. Internationales Symposium am 6.-8. Oktober 2000 in Haus Villigst, Schwerte, organisiert von D. Buchholz, Universität Göttingen, A. Wieck, Universität Bochum, E. Müller, Evangelisches Studienwerk Villigst.

[31] Max Planck: „Zur Geschichte der Auffindung des physikalischen Wirkungsquantums“. In „Vorträge und Erinnerungen“, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1975. Max Planck: „Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung“, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2 (1900), S. 202-204.

Energiedichte



Frequenz

Energieverteilung der Wärmestrahlung

Planck-Verteilung der spektralen Energiedichte der Strahlung pro Volumeneinheit
im Frequenzbereich ν bis $\nu+d\nu$

$$(32) \quad u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

Max Planck, Vortrag der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Berlin, 14. Dezember 1900 [32].

Planck schrieb später über die Zeit zwischen dem 7. Oktober und 14. Dezember 1900:

„Kurz zusammengefaßt kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen. Denn von Natur bin ich friedlich und bedenklichen Abenteuern abgeneigt. ...Aber eine theoretische Deutung mußte um jeden Preis gefunden werden, und wäre er noch so hoch. ... Die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie erschienen mir als das einzige, was unter allen Umständen festgehalten werden muß. Im übrigen war ich zu jedem Opfer an meinen bisherigen physikalischen Überzeugungen bereit.“ ([33], S. 22)

[32] Max Planck: „Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum“, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2, (1900), S. 237-245. „Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum“, Annalen der Physik 4 (1901), S. 553-563.

[33] Brief Plancks an R.W.Wood vom 7. Oktober 1931, zitiert in [34], [35].

[34] Max Jammer: „The Conceptual Development of Quantum Mechanics“. McGraw-Hill Company, New York, 1966.

[35] Armin Hermann: „Planck“.rororo Monographien, S. 35.

5.2 Max Plancks Überlegungen zur Ableitung seiner Strahlungsformel [31a]

Das Wiensche Strahlungsgesetz (1896) ergibt sich aus der Planckschen Strahlungsformel (32) für hohe Frequenzen bzw. kurze Wellenlängen. (Das Produkt aus Frequenz ν und Wellenlänge λ ergibt die Lichtgeschwindigkeit c : $\nu \cdot \lambda = c$; $\nu = c/\lambda$.)

Für großes ν (und damit für kleine Wellenlänge λ) ist der Wert der im Nenner stehenden Exponentialfunktion groß, so dass demgegenüber der Summand 1 vernachlässigt werden kann:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \xrightarrow{\text{für } \nu \rightarrow \infty} \quad \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT}}$$

Für kleines ν (großes λ) lässt sich die Exponentialfunktion nach ihrem Argument entwickeln. Im Grenzwert sehr kleinen Arguments, d. h. im Grenzwert sehr großer Wellenlänge können die Terme höherer Ordnung der Reihenentwicklung der Exponentialfunktion vernachlässigt werden und es ergibt sich das Rayleigh-Jeans-Gesetz:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \xrightarrow{\text{für } \nu \rightarrow 0} \quad \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{1 + h\nu/kT + \dots - 1} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{kT}{h\nu} = \frac{8\pi \nu^2 kT}{c^3}$$

Ein direkter Weg zu den Grundlagen der Quantentheorie

Sehr kurze Wellenlänge bedeutet starke Lokalisierung und kommt damit dem Teilchenbild nahe.

Dieser Extremfall entspricht dem Wienschen Strahlungsgesetz.

Eine große Wellenlänge steht demgegenüber für das Wellenbild.

Diesem Extremfall entsprechen dem Rayleigh-Jeans-Gesetz und die Messwerte von Rubens und Kurlbaum, auch jenen von Lummer, Pringsheim und Paschen. Die Messungen von Rubens reichten am weitesten in das ferne Infrarot.

Rayleigh hatte sein Strahlungsgesetz aus der Maxwellschen Elektrodynamik abgeleitet.

Auch das ein Indiz für das Wellenbild. - Rayleigh publizierte seine Ableitung im Sommer 1900.

Damit vermittelt die Plancksche Strahlungsformel zwischen Teilchenbild und Wellenbild.

Die Zuordnung des Ortsoperators zum Teilchenbild und des Impulsoperators zum Wellenbild baut eine Brücke zur mathematischen Vermittlung zwischen Teilchenbild und Wellenbild.

Durch eine einfache Rechnung erhalten wir eine Beziehung zwischen den beiden Operatoren.

Herleiten der Heisenbergschen Vertauschungsrelation

$$(PQ \psi)(x) = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \frac{d}{dx} (x \psi(x)) = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} (x \psi'(x) + \psi(x)) \quad \text{Produktregel der Differentiation}$$

$$(QP \psi)(x) = (x \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \frac{d}{dx} \psi)(x) = x \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \psi'(x)$$

$$\begin{aligned} ((PQ - QP) \psi)(x) &= (PQ \psi)(x) - (QP \psi)(x) = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} x \psi'(x) + \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \psi(x) - \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} x \psi'(x) \\ &= \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \psi(x) \end{aligned}$$

Diese Gleichheit gilt für alle x -Werte. Wir haben damit die Funktionengleichung

$$(PQ - QP) \psi = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \psi = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \text{Id } \psi$$

„Id“ ist der Identitätsoperator, der die Funktion, auf die er angewandt wird, unverändert lässt.
Die obige Funktionengleichung gilt für alle Funktionen ψ , so dass wir sie als Operatorgleichung schreiben können:

$$(33) \quad \mathbf{PQ} - \mathbf{QP} = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \mathbf{Id}$$

Das ist die **Vertauschungsrelation** zwischen Orts- und Impulsoperator.
Sie drückt die entscheidende Struktur der Quantentheorie aus.

Zurück zum Beginn der Quantentheorie und zu den Überlegungen Plancks zur Ableitung der Strahlungsformel.

Planck geht von einem evakuierten Hohlraum (mit perfekt reflektierenden Wänden) aus, der „mit elektrisch schwingenden, Energie ausstrahlenden und absorbierenden Körpern“ erfüllt ist (S. 18 ff. in [31a]). Der Einfachheit halber nimmt er Oszillatoren von bestimmter Eigenfrequenz ν , die durch Strahlung gedämpft werden. Er sucht nach irreversiblen Strahlungsvorgängen, die zu einem stationären, thermodynamischen Gleichgewicht führen, wie es seit Kirchhoff von der Strahlung des schwarzen Körpers bekannt ist. Wie sieht die „normale“ Energieverteilung der Strahlung des schwarzen Körpers aus?

Planck will die Überlegungen, die auf der Basis der kinetischen Gastheorie zur Maxwell-Boltzmannschen Geschwindigkeitsverteilung des thermischen Gleichgewichts geführt haben, konzeptuell in die Struktur der elektromagnetischen Theorie übersetzen (Max Jammer in [34], S. 11).

Planck untersucht die Absorption und Emission elektrischer Wellen durch Resonanz (1895). Er vermutet einen irreversiblen Vorgang (1897). Aber Boltzmann liefert dazu ein überzeugendes Gegenargument (1897).

Daraufhin greift Planck zu einer Hypothese, die in der kinetischen Gastheorie bei der Boltzmann-Gleichung zur Beschreibung dissipativer Prozesse bekannt ist als molekulares Chaos; erst diese Initialvoraussetzung gewährleistet irreversibles Verhalten. Planck verlangt nun (analog zum molekularen Chaos in der kinetischen Gastheorie) die vollständige Inkohärenz (Zufallsverteilung der Phasenwinkel) der harmonischen Partialschwingungen der Wärmestrahlung. Damit erhält er die Irreversibilität bei der Wechselwirkung zwischen einem Oszillator und der ihn erregenden Strahlung [36].

Es ist pikant, dass Planck die Lösung beim Ansatz von Boltzmann sucht. Er war Boltzmanns atomistischen Vorstellungen gegenüber lange reserviert, und Plancks Mitarbeiter Zermelo führte mit Boltzmann einen veritablen Streit.

Als Folge der Irreversibilität kann Planck die thermodynamische Zustandsfunktion angeben, deren Wert mit der Zeit ansteigt: die Entropie. Er setzt die Entropie des ganzen Systems zusammen aus der Entropie der Oszillatoren und der Entropie der Hohlraumstrahlung. Im thermodynamischen Gleichgewicht ist die Entropie maximal. Aus diesem Maximum erhält er die spektrale Verteilung der Wärmestrahlung. Mit seinem Ansatz von 1899 für die Entropie eines Oszillators erhielt er das Wiensche Strahlungsgesetz. In dieser Formel vom Mai 1899 war implizit das später mit h bezeichnete Wirkungsquantum als universelle Konstante enthalten.

[36] Max Planck, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Mai 1899, S. 455.

Nach dem Besuch von Rubens am 7. Oktober 1900 war Planck sofort in der Lage, die Entropie des Oszillators für den neuen Grenzfall anzugeben, um zwischen den beiden Grenzfällen (Wiensches Gesetz und Kurlbaum-Daten) der Entropieausdrücke zu interpolieren. Aus dem neuen Entropieausdruck konnte er sogleich die neue Spektralverteilung ableiten. ([3 Ia], S. 20 ff.)

Planck nutzt das Kriterium für das Maximum der Entropie S als Funktion der Energie U eines Oszillators: Die 2. Ableitung muss negativ sein.

Wien-Fall:
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = - \frac{1}{avU}$$

Kurlbaum-Fall:
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = - \frac{C}{U^2}$$

Interpolation:
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = - \frac{1}{avU + \frac{U^2}{C}}$$

a wird sich als Quotient h/k herausstellen, C ist ebenfalls eine Konstante, $a \cdot C = a'$ gesetzt.

Integration des Interpolationsausdrucks ergibt

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T} = \frac{1}{a\nu} \log\left(1 + \frac{a\nu}{U}\right)$$

Diese Gleichung lässt sich nach der Oszillator-Energie U auflösen:

$$U = \frac{a\nu}{e^{a\nu/T} - 1}$$

Nach dem 19. Oktober 1900 suchte Planck fieberhaft nach einer theoretischen Rechtfertigung seiner Strahlungsformel (32) aus physikalischen Prinzipien a priori. Dabei griff er nach Boltzmanns Entropie $S = k \log W_N$. Er musste die Wahrscheinlichkeiten in seinem System aus Oszillatoren und Strahlung im Hohlraum identifizieren. Die Gesamtenergie setzt Planck aus endlichen Energiebeiträgen ε zusammen:
 $U_N = P \cdot \varepsilon$.

W_N ist die Anzahl der Möglichkeiten, P ununterscheidbare Energiebeiträge auf N unterscheidbare Oszillatoren zu verteilen. Die klassische Boltzmannsche Statistik führte nicht auf seine Strahlungsformel. Er setzte sich darüber hinweg und suchte eine Abzählung, die zur richtigen Formel führte. Damit nahm er die von Bose 1924 vorgeschlagene Statistik vorweg. Aus dem erhaltenen Ausdruck für die Entropie konnte Planck auf

$$(34) \quad \varepsilon = h \cdot \nu$$

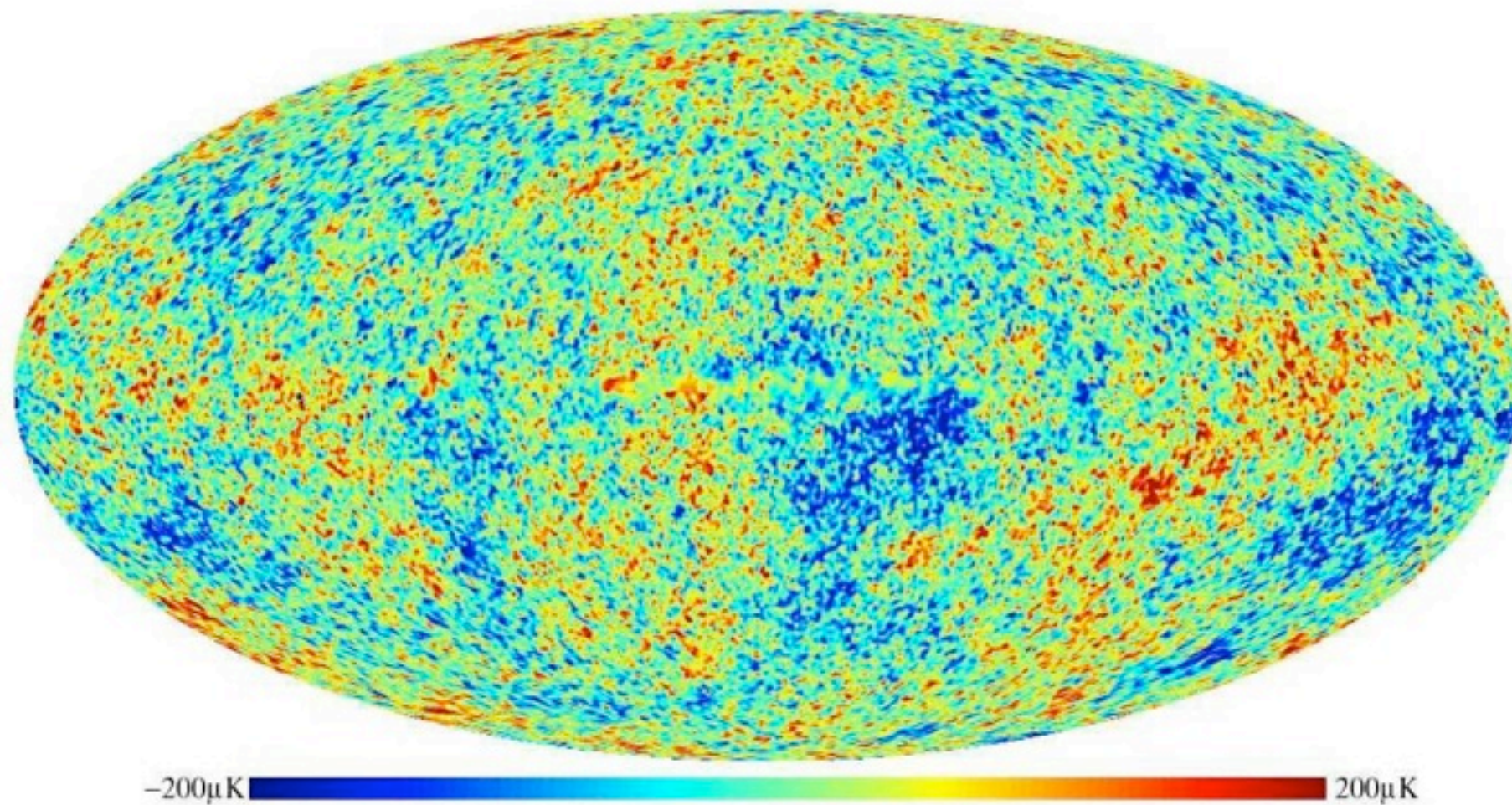
schließen.

(Siehe dazu Pais in [28], S. 374-376. Seine Argumentation nimmt die Darstellung Plancks in [31.a], S. 24 ff. auf.)

5.3 Ausblick: Eine weitreichende Anwendung der Planckschen Strahlungsformel

Bei der Entwicklung empfindlicher Erdsatelliten-Antennen entdeckten 1964 die beiden Physiker Arno Penzias und Robert Woodrow Wilson, Bell-Laboratories, USA ein Hintergrundrauschen, das sich nicht eliminieren ließ. Es stellte sich als kosmische Hintergrundstrahlung heraus. (Sie erhielten dafür 1978 den Physik-Nobelpreis.) Das Spektrum dieser Hintergrundstrahlung hat eine Planck-Verteilung mit einer Temperatur von 2,7 K. Die kosmische Hintergrundstrahlung entstand 380 000 Jahre nach dem Urknall, als Atomkerne Elektronen einfingen und dadurch das Universum „durchsichtig“ wurde. Zum Vergleich: Das Alter des Universums beträgt 13,8 Milliarden Jahre. Infolge der Expansion des Universums sinkt die Temperatur der Strahlung, die ursprünglich viel höher war.

Seit den 1990er Jahren werden feine Temperaturfluktuationen der Planck-Verteilung der kosmischen Hintergrundstrahlung untersucht. Die Abweichungen von der Planckverteilung betragen einige Millionstel Grad Kelvin. Die neuesten Daten stammen vom 2009 gestarteten „Planck-Weltraumteleskop“ der Europäischen Raumfahrt-Agentur ESA. Die hier in einer Falschfarben-Darstellung gezeigten Energieverdichtungen (gelb-rötlich) sind „Keime“ für die Entwicklung von Materieverdichtungen bis hin zu Galaxien und Galaxienhaufen.



Planck CMB

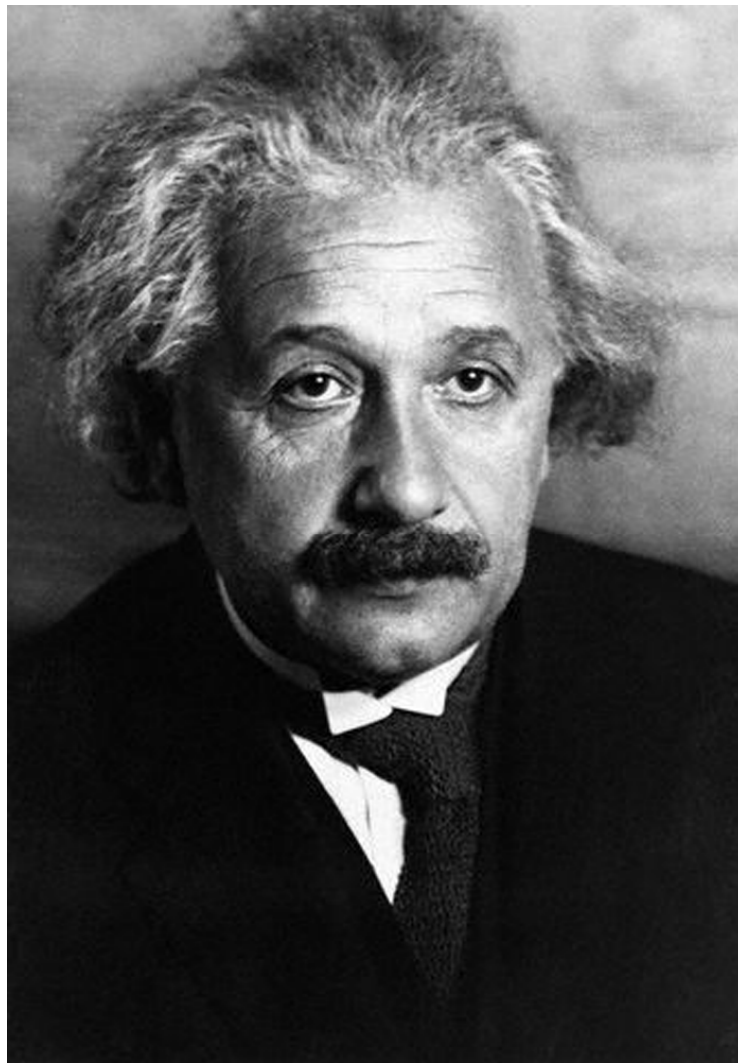
http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2013/04/Planck_and_cosmic_microwave_background

Released: 21/03/2013 12:00pm; Copyright ESA and the Planck Collaboration.

6. Fundamentale Krise der Physik

Das bei der Analyse der Wärmestrahlung durch Planck eingeführte Wirkungsquantum h fand zunächst keine Resonanz. Planck selbst versuchte eine Erklärung im Rahmen der klassischen Elektrodynamik mit dem Ziel, das Quant doch noch zu eliminieren, allerdings ohne Erfolg. Wichtige Stationen der weiteren Diskussionen:

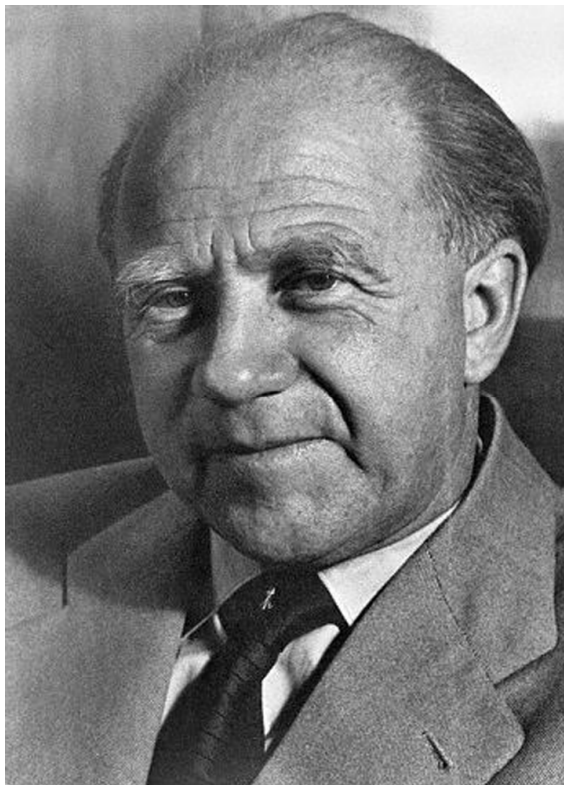
1. Erklärung des Photoeffekts durch Einstein (1905)
2. Lichtquantenhypothese
3. Bohr-Sommerfeldsches Atommodell
4. Welle-Teilchen-Dualismus (de Broglie, 1924)
5. Quantenstatistik (Bose, 1924)
6. Quantenmechanik (Heisenberg, 1925)
7. Heisenbergsche Unschärferelation (1927)
8. Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik
 - Statistische Deutung (Max Born, 1927)
 - Einstein-Bohr-Disput bei der Solvay-Konferenz von 1927
9. Dirac-Gleichung (1927)



Albert Einstein 1879-1955



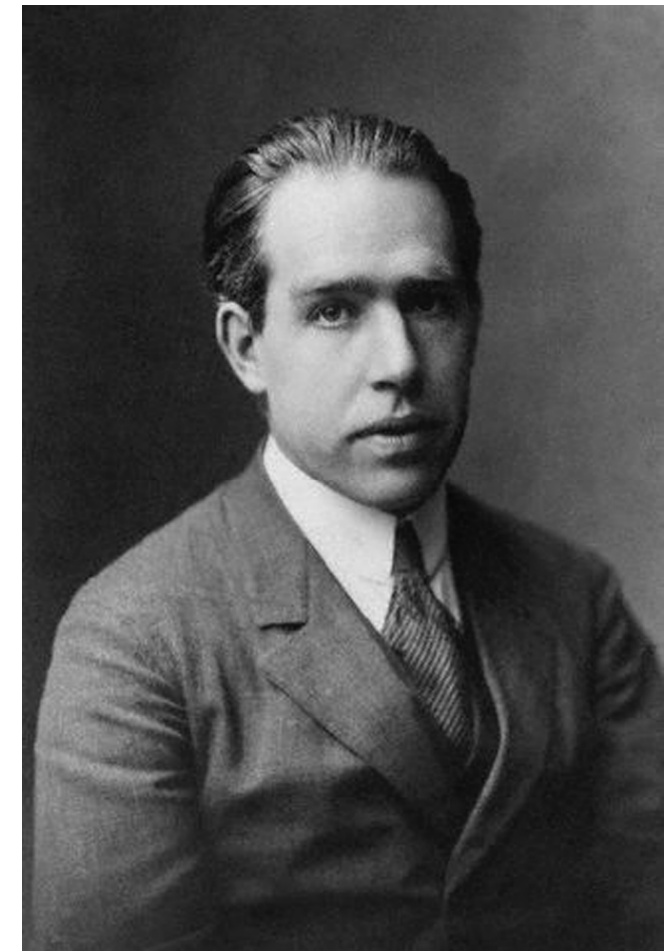
Max Planck 1858-1947



Werner Heisenberg
1901-1976

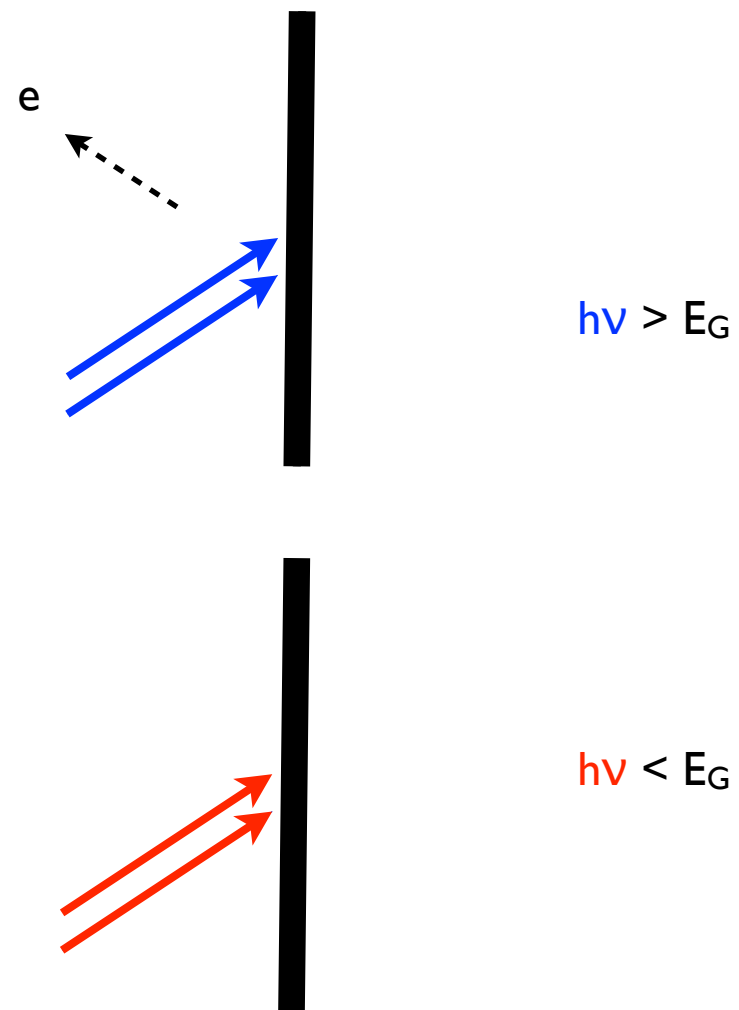


Wolfgang Pauli
1900-1958



Niels Bohr 1885-1962

6.1 Photoeffekt



Den photoelektrischen Effekt beobachtete bereits Heinrich Hertz bei seinen Experimenten zu den elektromagnetischen Wellen. Wird ultraviolettes Licht auf eine Metallplatte gestrahlt, treten elektrische Ströme auf.

Einstein erklärt den Effekt unter Benutzung des Planckschen Wirkungsquantums [37]. Unterhalb einer Grenzfrequenz des Lichts wird das Metall erwärmt, entsprechend der eingestrahnten Leistung. Oberhalb dieser Grenzfrequenz werden aus dem Metall Elektronen herausgelöst. Das Licht überträgt Impuls auf die Elektronen. Licht verhält sich wie ein Strahl winziger Billiardkugeln.

Damit wird aber der bisher gültige „Charakter“ des Lichts als Welle nicht aufgehoben. Die unzähligen experimentellen Daten dazu können ihre Gültigkeit nicht verlieren. Die verrückte Schlussfolgerung:

Licht ist sowohl Teilchen, als auch Welle!

[37] Albert Einstein: „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt.“ Annalen der Physik 17 (1905), S. 132, Leipzig.

6.2 Lichtquantenhypothese

Um die Wahl Einsteins in die Preußische Akademie der Wissenschaften am 12. Juni 1913 sicherzustellen, richteten Planck, Warburg^{*)}, Nernst und Rubens eine Petition an den preußischen Erziehungsminister und empfahlen Einstein für einen freigewordenen Platz in der Akademie. Darin heißt es ([34], S. 43/44):

„Zusammenfassend kann man sagen, daß es unter den großen Problemen, an denen die moderne Physik so reich ist, kaum eines gibt, zu dem nicht Einstein in bemerkenswerter Weise Stellung genommen hätte. Daß er in seinen Spekulationen auch einmal über das Ziel hinausgeschossen haben mag, wie zum Beispiel in seiner Hypothese der Lichtquanta, wird man ihm nicht allzusehr anrechnen dürfen. Denn ohne einmal ein Risiko zu wagen, läßt sich auch in der exaktesten Naturwissenschaft keine wirkliche Neuerung einführen.“

Planck assoziiert das Quantum zunächst nur mit der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie. Einstein assoziiert das Lichtquant mit freier elektromagnetischer Strahlung.

^{*)} Emil Warburg, langjähriger Direktor der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Vater des Biochemiker Otto Warburg, Nobelpreisträger in Biochemie.

Einstein in seiner Arbeit zum photoelektrischen Effekt [37]:

„Monochromatische Strahlung von geringer Dichte verhält sich in wärmetheoretischer Beziehung so, wie wenn sie aus voneinander unabhängigen Energiequanten der Größe $R\beta\nu/N$ bestünde.“
[$R\beta\nu/N = h\nu$]

Diese Überlegung nimmt Einstein auf der Basis einer Entropie-Betrachtung vor. Sie führt schließlich zur Betrachtung der schwarzen Strahlung als ein thermodynamisches Bose-Gase von Photonen.

Mit einer kritischen Würdigung der Lichtquantenhypothese und ihrer späten Akzeptanz in der Physics Community ab 1920 beschäftigen sich Pais [28], Kapitel 19, und Jammer [34], Abschnitt 1.4.

6.3 Bohr-Sommerfeldsches Atommodell

Nach den Rutherford-Geigerschen Experimenten mit Alpha-Strahlen an Goldfolien schälte sich ein Atommodell heraus, das aus einem elektrisch geladenen massiven Kern bestand, umkreist von Elektronen. Wenn wir Zentrifugalkraft und Coloumb-Kraft beim Wasserstoffatom gleichsetzen, gilt (m Masse des Elektrons):

$$m \omega^2 \cdot r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$L = m r v; \quad v = \omega r \Rightarrow$$

$$L = m \omega r^2 = \frac{h}{2\pi};$$

Der Drehimpuls wird gequantelt. Diesen Ausdruck in die obere Gleichung eingesetzt, ergibt:

$$m^2 \omega^2 \cdot r^4 = m r \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Dieser kleinstmögliche Radius beim Wasserstoffatom ist der sogenannte „Bohrsche Radius“.

Erweiterte Quantenbedingung auf „erlaubte“ Bahnen (nach Bohr):

$$L = m v r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2} \cdot n^2$$

Auf diesen diskreten „Bahnen“ ist die von der Elektrodynamik geforderte elektromagnetische Strahlung der sich beschleunigt bewegenden Elektronen verboten. Ansonsten wäre das Atom nicht stabil, es würde kollabieren. Und mithin die Materie schlechthin. **Bohr setzt die Elektrodynamik außer Kraft!**

Mittels seines Atommodells lässt sich jedoch das Spektrum der Atome erklären. (In der obigen Formel ist Z die Kernladungszahl und n die sogenannte Hauptquantenzahl. Zur Vervollständigung des Atommodells kommen noch weitere Quantenzahlen hinzu.)

7. Mathematische Bemerkung

7.1 Motiv

Gegenüber der klassischen Mechanik bedarf die Quantenmechanik einiger neuer mathematischer Werkzeuge, die hier skizziert werden.

Das von einem strikten Lokalisierungsprinzip geleitete Teilchenbild wird im 3-dimensionalen **Ortsraum** $\mathbb{R}^3$ durch drei reelle Koordinaten $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ entworfen. In der klassischen Mechanik wird die Bewegung eines Massenpunktes durch die Ortskoordinaten und durch die Impulsdaten $(p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R}^3$ vollständig beschrieben. (Zur Erinnerung: $p = m \cdot v$.) Die drei Impulskomponenten sind, wie die drei Ortskoordinaten, reelle Zahlen. Die Impulsdaten bilden den **Impulsraum**. Ortsraum und Impulsraum sind mathematisch isomorph. Sie werden zum sogenannten **Phasenraum** (eines einzelnen Massenpunktes)

$$\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \cong \mathbb{R}^6, \quad (x_1, x_2, x_3, p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R}^6$$

zusammengefasst.

In der klassischen Mechanik bestimmen die vollständigen Phasenraumdaten den physikalischen Zustand des Systems.

In der Quantenmechanik wird die gleichzeitige Kenntnis von Ort und Impuls ausgeschlossen. Das folgt aus der Heisenbergschen Vertauschungsrelation und explizit aus der Heisenbergschen Unschärferelation; die Unschärferelation folgt aus der Vertauschungsrelation (siehe nächstes Kapitel „Grundstruktur der Quantentheorie“). Damit ist der Phasenraum $\mathbb{R}^6$ der klassischen Mechanik als Raum der physikalischen Zustände der Quantenmechanik ausgeschlossen.

Obwohl der Ortsraum und der Impulsraum mathematisch isomorph sind, ist der Zahlenraum $\mathbb{R}^3$ den Anforderungen einer Struktur eines quantenmechanischen Zustandsraums nicht gewachsen. Zu diesen Anforderungen gehört, die Korrespondenz zwischen Teilchen und Welle zu implementieren. Auf der Ebene der Zahlentripel im $\mathbb{R}^3$ ist das nicht zu leisten. Eine hinreichend reichhaltige Struktur gibt es auf der Ebene der Funktionenräume. Auf dieser Ebene lässt sich die Vertauschungsrelation formulieren. Als maßgeschneidertes mathematisches Objekt zur Repräsentation des quantenmechanischen Zustandsraums stellt sich der Raum der bezüglich des sogenannten „Lebesgue-Maßes“ quadratintegrierbaren Funktionen über dem Raum $\mathbb{R}^3$ heraus. Dieser Raum $L^2(\mathbb{R}^3)$ erfüllt die mathematischen Kriterien eines sogenannten „Hilbertraums“.

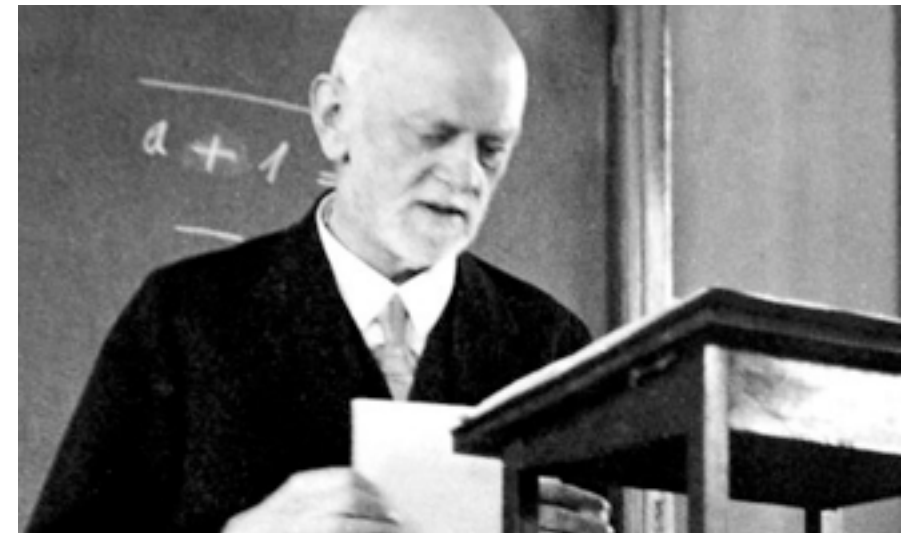
Die Interpretation der Quantenmechanik ist seit ihrem Beginn bis heute umstritten. Doch der mathematische Rahmen der Quantenmechanik ist unbestritten. Für die Diskussion des Verständnisses der Quantenmechanik ist damit der Hilbertraum eine zuverlässige Referenz. Der Hilbertraum $L^2(\mathbb{R}^3)$ kommt im häufig verwendeten Begriff der ψ -Funktion vor. Die Diskussion der Interpretation der Quantenmechanik wird zu einem wesentlichen Teil auf die Diskussion der Bedeutung der ψ -Funktion abgewälzt.

7.2 Eine historische Notiz

David Hilbert (* Königsberg, 1862, † Göttingen, 1943)

Theorie der algebraischen Zahlkörper,
Axiomatisierung der Mathematik,
Integralgleichungen, „**Hilbert-Raum**“ (1909),
Lösung der Boltzmann-Gleichung,
Variationsprinzip für die Einsteinschen Gleichungen.

Beim internationalen Mathematiker-Kongreß 1900 in Paris präsentierte er 23 mathematische Probleme des 20. Jahrhunderts. Die Hälfte ist bis heute nicht gelöst.



goettinger-tageblatt.de

Hermann Weyl (* Elmshorn, 1885, † Zürich, 1955)
ETH Zürich (1913); Göttingen (1930), Nachfolger Hilberts;
Institute for Advanced Study, Princeton (1933-1951).

Integralgleichungen, Eigenwertprobleme und Spektraldarstellungen,
Theorie der algebraischen und analytischen Funktionen,
Theorie und Darstellung kontinuierlicher Gruppen, Zahlentheorie,
mathematische Logik.

„Raum, Zeit und Materie“ (1918),

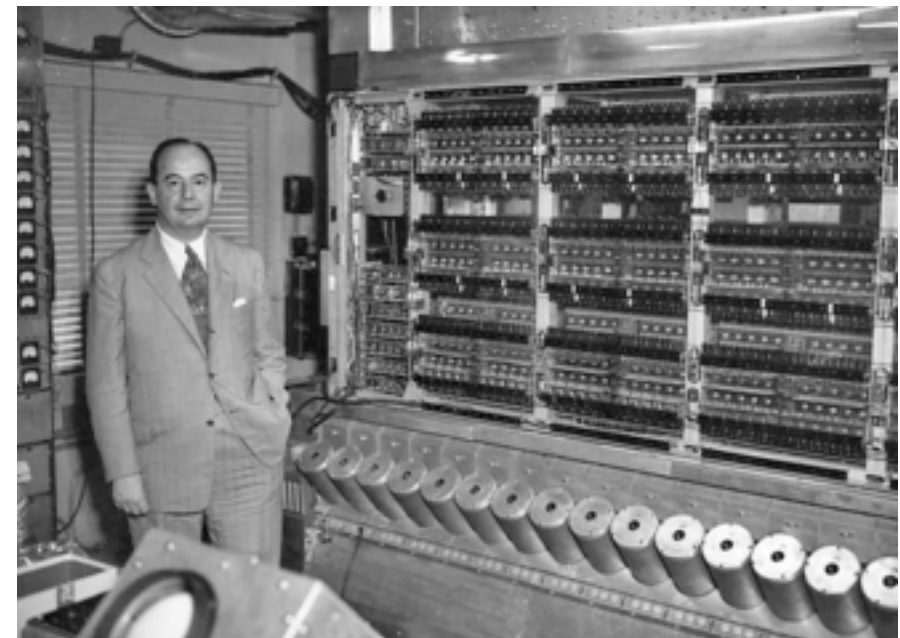
„Gruppentheorie und Quantenmechanik“ (1928).



en.wikipedia.org

John von Neumann (* Budapest, 1903, † Washington, 1957)
Göttingen (1926/1927), Zusammenarbeit mit Hilbert;
Berlin (1928-1933), Institute for Advanced Study, Princeton (1933),
Los Alamos (1943), Mitarbeit im Manhattan-Projekt zum Bau
einer Atombombe.

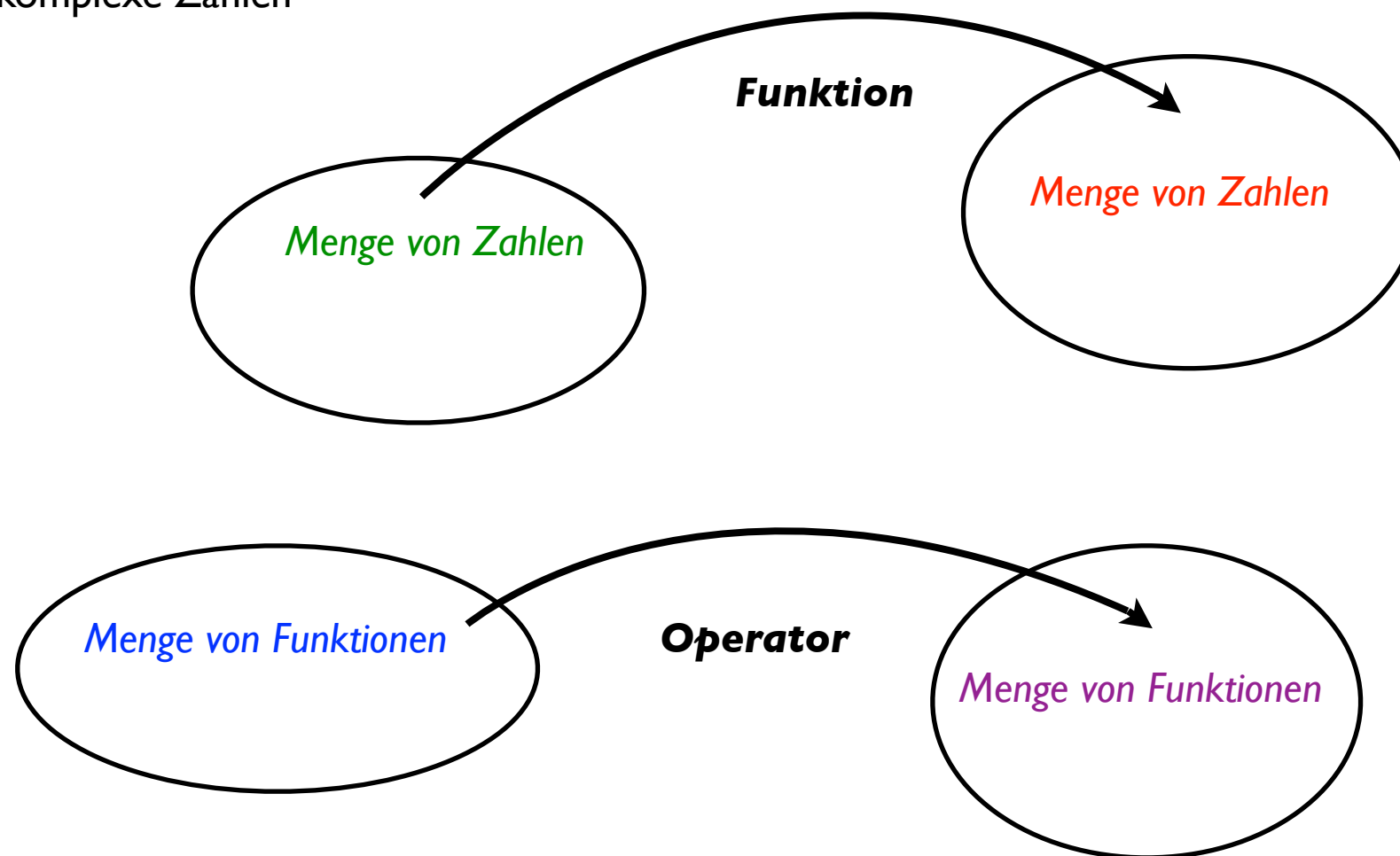
1927 Quantenmechanische Entropie, Operator-Algebren, Spieltheorie, Quantenlogik, Gruppentheorie,
Automatentheorie. Von-Neumann-Architektur eines Computers (Programmbefehle und Daten im gleichen Speicher).
„Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ (1932).



theregister.co.uk

7.3 Mathematische Grundbegriffe

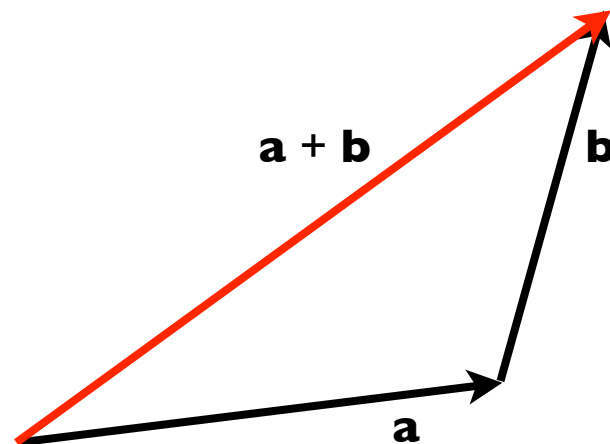
natürliche Zahlen: $1, 2, 3, 4, \dots$
ganze Zahlen, rationale Zahlen,
reelle Zahlen, komplexe Zahlen



Vektoren haben, im Rahmen der analytischen Geometrie, Richtung und Länge.
In Bezug zu einem festgelegten Koordinatensystem lassen sich Vektoren durch Zahlentupel mit den Koordinatenwerten charakterisieren.

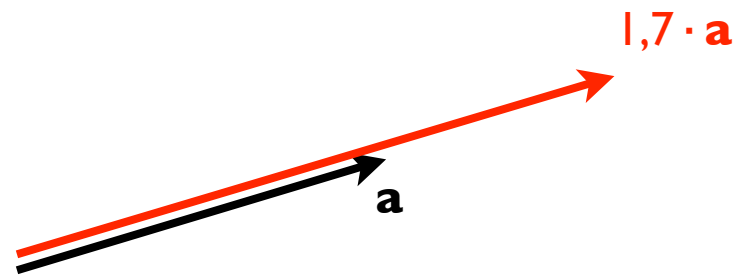
Vektor-Addition:

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$$



skalare Multiplikation mit Vektoren

$$\lambda \cdot (a_1, a_2, a_3) = (\lambda \cdot a_1, \lambda \cdot a_2, \lambda \cdot a_3)$$

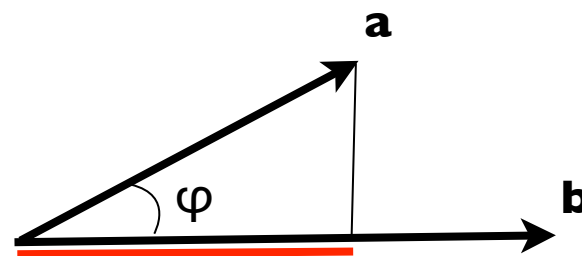


Skalarprodukt zweier Vektoren

$$a \cdot b = |a| |b| \cos \varphi$$

$$|a| = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^{1/2}$$

$|a|$ gibt die Länge eines Vektors an.



Definition einer „**Gruppe**“:

Auf einer beliebigen Menge M sei eine Verknüpfung „+“ definiert,
d. h. eine Abbildung: $\varphi_+ : M \times M \rightarrow M$ mit $x + y := \varphi_+(x, y)$ für $x, y \in M$,
so dass gilt:

- | | | |
|-------|---|---------------------------------|
| (l.a) | $(x + y) + z = x + (y + z)$ für alle $x, y \in M$ | Assoziativgesetz |
| (l.b) | Es existiert ein Element $0 \in M$ mit $x + 0 = x$ für alle M | Existenz des neutralen Elements |
| (l.c) | Zu jedem $x \in M$ existiert ein $y \in M$ mit $x + y = 0$ | Existenz des Inversen |
| (l.d) | $x + y = y + x$ für alle $x, y \in M$. | Kommutativgesetz |

Kriterien (l.a), (l.b), (l.c), (l.d) definieren eine **kommutative** (additiv geschriebene) **Gruppe**

Definition einer multiplikativ geschriebenen **kommutativen Gruppe**:

Auf einer beliebigen Menge M sei eine Verknüpfung „ $*$ “ definiert,
d. h. eine Abbildung: $\varphi_* : M \times M \rightarrow M$ mit $x * y := \varphi_*(x, y)$ für $x, y \in M$,
so dass gilt:

- | | | |
|--------|---|---------------------------------|
| (II.a) | $(x * y) * z = x * (y * z)$ für alle $x, y \in M$ | Assoziativgesetz |
| (II.b) | Es existiert ein Element $I \in M$ mit $x * I = x$ für alle $x \in M$ | Existenz des neutralen Elements |
| (II.c) | Zu jedem $x \in M$ existiert ein $y \in M$ mit $x * y = I$ | Existenz des Inversen |
| (II.d) | $x * y = y * x$ für alle $x, y \in M$. | Kommutativgesetz |

Kriterien (II.a), (II.b), (II.c) definieren eine **nicht-kommutative Gruppe**.
Kriterium (II.a) definiert eine **Halbgruppe**.

Verträglichkeit der Addition und Multiplikation in derselben Struktur: **Distributivgesetze**

Auf M sei eine Verknüpfung „+“ und eine Verknüpfung „*“ definiert, so dass gilt:

$$(III.a) \quad (x + y) * z = x * z + y * z \quad \text{für alle } x, y, z \in M$$

$$(III.b) \quad z * (x + y) = z * x + z * y \quad \text{für alle } x, y, z \in M$$

Definition eines (Zahlen-) „**Körpers**“:

Eine Menge M mit der Struktur einer additiv geschriebenen kommutativen Gruppe, und einer multiplikativ geschriebenen kommutativen Gruppe auf den von 0 verschiedenen Elementen von M , auf der das Distributivgesetz (III.a) (und damit (III.b)) gilt, heißt ein Körper.

Beispiele von Zahlen-Körpern: rationale Zahlen, reelle Zahlen, komplexe Zahlen.

Definition eines Vektorraums

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Unter einem $\mathbb{K}$ -**Vektorraum** versteht man ein Tripel $(V, +, \cdot)$, gegeben durch eine kommutative Gruppe $(V, +)$ und eine skalare Multiplikation genannte Verknüpfung

$\cdot : \mathbb{K} \times V \rightarrow V$, notiert als

$$(\lambda, v) \rightarrow \lambda \cdot v,$$

so dass die folgenden Axiome erfüllt sind:

$$(V.1) \quad 1 \cdot v = v$$

$$(V.2) \quad \lambda \cdot (\mu \cdot v) = (\lambda \mu) \cdot v$$

$$(V.3) \quad \lambda \cdot (u + v) = \lambda \cdot u + \lambda \cdot v$$

$$(V.4) \quad (\lambda + \mu) \cdot v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v$$

(Oft wird das Zeichen „ $\cdot$ “ für die Multiplikation mit einem Skalar weggelassen, wenn es sich aus dem Kontext ergibt.)

Beispiele eines Vektorraums:

$$\mathbb{R}^N := \{ (a_1, \dots, a_N) \mid a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, N \}$$

$$\mathcal{F} := \{ f \mid f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \} \quad \text{Funktionen-Raum}$$

Auch der Raum der komplexen Funktionen ist ein Vektorraum über den Körper der komplexen Zahlen.

Definition **Skalarprodukt** (oder **inneres Produkt**)

Sei V ein $\mathbb{K}$ -Vektorraum. Eine Abbildung

$\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{K}$ heißt Skalarprodukt (oder inneres Produkt), falls

$$(IP.1) \quad \langle x_1 + x_2, y \rangle = \langle x_1, y \rangle + \langle x_2, y \rangle$$

$$(IP.2) \quad \langle \lambda x, y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle$$

$$(IP.3) \quad \langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$$

$$(IP.4) \quad \langle x, x \rangle \geq 0$$

$$(IP.5) \quad \langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

für alle $x, x_1, x_2, y \in V$ und für alle $\lambda \in \mathbb{K}$.

Der Überstrich in (IP.3) bedeutet für komplexe Zahlen $z = x + i y$ das konjugiert Komplexe: $\bar{z} = x - i y$, wobei x, y reelle Zahlen sind.

Mit Hilfe des Skalarprodukts lässt sich eine Norm („Länge“ des Vektor-Elements)

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

und eine Metrik definieren, mit der Abstände zwischen den Elementen von V bestimmt werden können:

$$d(x, y) = \sqrt{\langle x - y, x - y \rangle}$$

Mit der Norm ist der Vektorraum V mit den Kriterien (IP.1) bis (IP.5) ein **Prähilbertraum**.

Definition Hilbertraum:

Der mittels der Metrik vervollständigte Prähilbertraum heißt **Hilbertraum**.

(Vervollständigt heißt, dass bezüglich der Metrik die Limites konvergenter Folgen von Elementen des Prähilbertraums V ebenfalls zu V gehören.)

Cauchy-Schwarzsche Ungleichung

Ist V ein $\mathbb{K}$ -Vektorraum mit Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$, dann gilt

$$(35) \quad |\langle x, y \rangle|^2 \leq \langle x, x \rangle \cdot \langle y, y \rangle \quad \text{für alle } x, y \in V$$

Gleichheit gilt genau dann, wenn x und y linear unabhängig sind.

N Vektoren $x_1, \dots, x_N$ heißen linear unabhängig, wenn aus $\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_N x_N = 0$ folgt, dass die Skalare (Zahlen) $\lambda_1 = 0, \dots, \lambda_N = 0$.

Beweis: Sei $\lambda \in \mathbb{K}$ beliebig. Dann gilt:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \langle x + \lambda y, x + \lambda y \rangle && \text{Positivität des Skalarprodukts (IP.4)} \\ &= \langle x, x + \lambda y \rangle + \langle \lambda y, x + \lambda y \rangle && \text{wegen (IP.1)} \\ &= \overline{\langle x + \lambda y, x \rangle} + \overline{\langle x + \lambda y, \lambda y \rangle} && \text{wegen (IP.3)} \\ &= \overline{\langle x, x \rangle} + \overline{\langle \lambda y, x \rangle} + \overline{\langle x, \lambda y \rangle} + \overline{\langle \lambda y, \lambda y \rangle} && \text{wegen (IP.1)} \\ &= \langle x, x \rangle + \langle x, \lambda y \rangle + \langle \lambda y, x \rangle + \langle \lambda y, \lambda y \rangle && \text{wegen (IP.3)} \\ &= \langle x, x \rangle + \bar{\lambda} \langle x, y \rangle + \lambda \overline{\langle x, y \rangle} + \bar{\lambda} \lambda \langle y, y \rangle && \text{wegen (IP.2) und (IP.3)} \end{aligned}$$

Setze $\lambda = -\frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle}$, falls $y \neq 0$. Für $y = 0$ ist die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung trivial.

Das gewählte λ eingesetzt:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \left\langle x - \frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle} y, x - \frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle} y \right\rangle \\ &= \langle x, x \rangle - \frac{\overline{\langle x, y \rangle}}{\langle y, y \rangle} \langle x, y \rangle - \frac{\langle x, y \rangle}{\langle y, y \rangle} \overline{\langle x, y \rangle} + \frac{|\langle x, y \rangle|^2}{\langle y, y \rangle^2} \langle y, y \rangle \\ &= \langle x, x \rangle - \frac{|\langle x, y \rangle|^2}{\langle y, y \rangle} \end{aligned}$$

Umformung:

$$\frac{|\langle x, y \rangle|^2}{\langle y, y \rangle} \leq \langle x, x \rangle. \text{ Daraus folgt Gleichung (35). q.e.d.}$$

(Hinweis zur weitergehenden Orientierung: [38], S. 173 ff.)

[38] Dirk Werner: „Funktionalanalysis“. Springer, Berlin, 2002, S. 173 ff.

Zwischenbilanz

Das Sowohl Welle als auch Teilchen, das wir beim Lichtquant (Photon) kennengelernt haben, erfordert neue mathematische Werkzeuge. Der mathematische Rahmen, der für die klassische Physik, für die Newtonsche Mechanik wie auch für die klassische Elektrodynamik entwickelt worden war, passt für die Quantentheorie nicht mehr. In der Krisenphase der Physik, 1900 - 1925, konstruierte David Hilbert um 1909 den „Hilbert-Raum“, der sich als zentraler mathematischer Schlüssel zur Beschreibung des quantenmechanischen Zustandsraums herausstellen sollte.

Elemente des Hilbertraums lassen sich addieren (sie bilden eine additive kommutative Gruppe). Diese grundlegende Eigenschaft wird von quantenmechanischen Zustandsfunktionen verlangt. Damit wird sich das sogenannte „Superpositionsprinzip“ formulieren, nach dem physikalische Zustände „überlagert“ werden können. Es gehört zur Grundlage der Quantenmechanik, was im folgenden Kapitel vorgestellt wird. Die Verbindung von Vektorraum-Struktur mit Skalarprodukt vereinigt im Hilbertraum die Leistungsfähigkeit der analytischen Geometrie (sie kann sagen, wann Vektoren zueinander orthogonal sind) mit der Reichhaltigkeit eines Funktionenraums. So macht Letzteres es möglich, eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik einzuführen. Dies werden wir im übernächsten Kapitel „Zur Interpretation der Quantentheorie“ behandeln.

Darüberhinaus werden wir sehen, dass die Operatoren der Quantenmechanik, beispielsweise der Impulsoperator und der Ortsoperator, auf einem Hilbertraum definiert werden. Während für die Operatoren zusätzlich zur Addition eine Multiplikation definiert wird, gibt es für die Elemente eines Hilbertraums keine Multiplikation, so dass das Produkt zweier Elemente wieder ein Element des Hilbertraums wäre. Das ist zu unterscheiden vom Skalarprodukt zweier Hilbertraum-Vektoren, das eine Zahl ist. Und auch von der Multiplikation eines Skalars mit einem Hilbertraumvektor.

Auf der Ebene der Operatoren führt die nicht-kommutative Multiplikation ein „Nacheinander“ ein. Auf der Ebene des Hilbertraums gibt es nur ein „Nebeneinander“.

8. Grundstruktur der Quantentheorie

8.1 Historische Skizze zur Quantenmechanik

Werner Heisenberg ist am 5. Dezember 1901 in Würzburg geboren.

Der Großvater führte in Osnabrück ein Schlossergeschäft.

Werners Vater, August Heisenberg, war Gymnasiallehrer für alte Sprachen in Würzburg; 1910 Ordinarius für Byzantinistik an der Universität München, Umzug der Familie.

Die Mutter Werner Heisenbergs war Tochter des Rektors des Maximiliansgymnasium in München. [39]

1920 begann Werner Heisenberg das Physikstudium bei Arnold Sommerfeld in München.

1922 erstes Zusammentreffen mit Niels Bohr in Göttingen. Studium in Göttingen bei Max Born.

1923 Dissertation in München.

1924 Habilitation in Göttingen.

1924-1925 als Rockefeller-Stipendiat am Bohr-Institut in Kopenhagen.

[39] David C. Cassidy: „Werner Heisenberg“. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, 2001; Amerikanische Originalausgabe: „Uncertainty. The Life and Science of Werner Heisenberg, Freeman, New York, 1992.

Juni 1925 Aufenthalt auf Helgoland. Beginn der **nicht-kommutativen Matrizenmechanik** [40].

Den klassischen Bahnbegriff vermeidend betrachtet Heisenberg die Gesamtheit der Schwingungsfrequenzen und der „Amplituden“ (Übergangswahrscheinlichkeiten), die die Intensität der Spektrallinien bestimmen [41], [42]. Er benutzt intuitiv die Matrizenmultiplikation, ohne zu diesem Zeitpunkt den mathematischen Begriff der Matrix zu kennen.

Eine mathematische Ausarbeitung von Heisenbergs Ansatz folgt in einer Arbeit von Max Born und Pascual Jordan [44] und in einer folgenden Arbeit von allen Dreien [45]. In [44] ist die Vertauschungsrelation (33) erstmals explizit formuliert.

[40] Werner Heisenberg: „Der Teil und das Ganze“. dtv, München, 1973, S. 74 ff.

[41] Werner Heisenberg: „Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen“. Zeitschrift für Physik, 33 (1925), S. 879.

[42] Brief von Werner Heisenberg an Wolfgang Pauli, 24. Juni 1925.
Auf der Rückfahrt von Helgoland besuchte Heisenberg Pauli in Hamburg für wenige Stunden, bedankte sich dafür mit Brief vom 21. Juni 1925. Hinweise dazu in [43], S. 89.

[43] Armin Hermann: „Die Jahrhundertwissenschaft. Werner Heisenberg und die Geschichte der Atomphysik“.rororo, Reinbek bei Hamburg, 1993.

[44] Max Born, Pascual Jordan: „Zur Quantenmechanik“. Zeitschrift für Physik 34 (1925), S. 858-888.

[45] Max Born, Werner Heisenberg, Pascual Jordan: „Zur Quantenmechanik II“. Zeitschrift für Physik 35 (1925), S. 557-615.

Eine wertvolle ausführliche Diskussion der historischen Abläufe findet sich bei Max Jammer [34], S. 196 ff..

Jordan war Assistent bei Courant [46] während der Arbeit am später weltweit verbreiteten Buch von Courant und Hilbert zu den „Methoden der Mathematischen Physik“ [48]. Jordan war deshalb mit dem Umgang mit Matrizen bestens vertraut (Interview mit Max Jammer am 17. Juni 1963. Siehe [34], S. 207, dort Fußnote ³⁶.)

Born lernte Jordan bei einer Zugfahrt nach Hannover zufällig kennen ([34], S. 207 ff.). Born sprach mit einem Kollegen über die sonderbaren Schwierigkeiten bei den Rechnungen mit Matrizen. Jordan bekam das Gespräch mit und stellte sich Born am Bahnhof in Hannover vor. Er erklärt seine Bereitschaft, ihn bei der Behandlung der Matrizen zu unterstützen.

[46] Richard Courant (1888-1972) war Doktorand von Hilbert. Er wurde 1922 auf den Lehrstuhl von Felix Klein an der Universität Göttingen berufen und war dessen Nachfolger. Er emigrierte 1933 über Cambridge nach New York und baute das “Courant Institute for Mathematical Sciences“ auf, das 1964 nach ihm benannt wurde.

- Edith Stein (1891-1942) war seine Cousine. Sie promovierte mit Auszeichnung bei Husserl in Freiburg „Zum Problem der Einfühlung“ und versuchte vier Mal, eine Habilitation einzureichen, was ihr verwehrt wurde. Eine Arbeit „Psychische Kausalität“ hatte sie in Göttingen vorgelegt, eine Arbeit „Akt und Potenz“ in Breslau und Freiburg i. Breisgau. 1922 konvertierte sie zum Katholizismus, 1933 trat sie in den Karmel-Orden ein. Sie wurde zusammen mit ihrer Schwester Rosa am 9. August 1942 in Auschwitz-Birkenau vergast. 1999 wurde sie heiliggesprochen. [47]

[47] https://de.wikipedia.org/wiki/Edith_Stein.

[48] R. Courant, D. Hilbert: „Methoden der Mathematischen Physik“, Springer-Verlag, Berlin, Band 1, 1924, Band 2, 1937.

Bohr's Reaktion auf Heisenbergs Matrizenmechanik, wie Heisenberg sich erinnert ([34], S. 211): „Ich werde die Erregung nicht vergessen, als ich es schaffte, seine [Heisenbergs] Ideen zu den Quantenbedingungen auf die mysteriöse Gleichung $pq - qp = h/2\pi i$ zu reduzieren“.

Bohr hat den Gedanken der Komplementarität als eine Grundfigur der Quantenmechanik entwickelt und in Diskussionen und Abhandlungen sehr engagiert vertreten [49]. Mit Heisenberg hat er über einen langen Zeitraum intensiv zusammengearbeitet und unzählige lange Diskussionen geführt. Für Bohr ist die Vertauschungsrelation (33) das mathematische Kondensat der Komplementarität zwischen Wellenbild und Teilchenbild. Anders ausgedrückt:

Die Vertauschungsrelation (33) ist die mathematische Formulierung der Dialektik zwischen Wellenbild und Teilchenbild.

[49] Hans Primas: „Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism“, mit einem Vorwort von Paul Feyerabend. Lecture Notes in Chemistry 24, Springer-Verlag Berlin, 1981. In einem inhaltlich weit aufgespannten Spektrum bezieht sich das Buch auf wichtige Originalarbeiten. U. a. hat sich Primas mit Bohrs Begriff der Komplementarität intensiv befasst.

Mit Heisenbergs neuem Matrizenansatz schafft Wolfgang Pauli in kurzer Zeit die anspruchsvolle Herausforderung, das Wasserstoffatom zu berechnen [50]. Für einen Durchbruch der Matrizenmechanik war das ein entscheidender Beitrag. Dennoch wird der neue Ansatz von vielen Physikern zunächst reserviert aufgenommen.

Die weitere Entwicklung der Quantenmechanik

Bis 1925 waren entscheidende Belege für Plancks Quantenhypothese die Hohlraumstrahlung (1900), Einsteins Deutung des photoelektrischen Effekts (1905), Einsteins Quantentheorie über spezifische Wärmen bei Festkörpern (1906) und Bohrs Atommodell (1913). Neben der Spektralanalyse der Atome stützte 1913 ein überzeugendes Experiment von James Franck (Assistent von Heinrich Rubens) und Gustav Hertz an der Berliner Universität das Bohrsche Atommodell [19, S. 434]. Dabei werden in einer mit Quecksilberdampf gefüllten Glasröhre Elektronen beschleunigt. Mit zunehmender Spannung nimmt entsprechend der Strom zu, fällt dann ab, um dann wieder zuzunehmen usw. Bei bestimmten Schwellwerten absorbieren die Quecksilberatome einen Teil der Elektronen. Das zeigt die diskreten Energieniveaus der Quantenstruktur der Atome.

[50] Wolfgang Pauli: „Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik“. Zeitschrift für Physik 36 (1926), S. 336-363.

1923 postulierte **Louis de Broglie**, dass die **Welle-Teilchen-Dualität nicht nur für Photonen, sondern auch für Elektronen und prinzipiell für alle massiven Teilchen** gilt [51].

De Broglie überträgt den Zusammenhang zwischen Impuls p und Wellenlänge λ beim Photon auf ein Elektron.

Impuls eines Photons:

$$p = h \cdot \nu / c = h / \lambda$$

Impuls eines Elektrons mit Masse m und Geschwindigkeit v :

$$p = m \cdot v$$

De Broglie-Beziehung:

$$m \cdot v = h / \lambda \Rightarrow \lambda_{\text{de Broglie}} = h / (m \cdot v)$$

Je größer die Masse, desto kleiner ist die de Broglie-Wellenlänge eines materiellen Teilchens.

Je größer die Geschwindigkeit, desto kleiner wird auch die Wellenlänge. Für einen Planeten liegt die de Broglie-Wellenlänge unter jeder Nachweisgrenze. Die empirische Bestätigung gelingt 1927. Mit kurzen Elektronenwellenlängen wird die Auflösung mit einem Elektronenmikroskop im Vergleich zu einem optischen Lichtmikroskop viel größer.

- [51] Louis de Broglie: "Ondes et quanta", Comptes Rendus Acad. Sci. (Paris) 177 (1923), S. 507-510;
"Quanta de lumière, diffraction et interférences", s.o. 177 (1923), S. 548-550;
"Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat", s.o. 177 (1923), S. 630-632.

29. November 1924: de Broglies Dissertation in Paris, Doktorvater Langevin.

In Zürich knüpft **Erwin Schrödinger** (1887-1961) an die Arbeiten de Broglies an. Er greift einen Zugang des irischen Physikers William Rowan Hamilton (1805-1865) auf, der mit der sogenannten Eikonal-Näherung die geometrische Optik aus der Wellenoptik ableitet. (Die Strecke eines Lichtstrahls vom Ausgangspunkt bis zum Endpunkt wird als „Eikonal“ bezeichnet.) Motiviert wird Schrödinger durch eine Bemerkung Einsteins in dessen zweitem Paper zum idealen Quantengas, wo Einstein weitergehende Folgerungen des Ansatzes von de Broglie erwartet ([34], S. 249).

Schrödinger war frisch an die Universität Zürich als Nachfolger von Peter Debye berufen worden, nachdem jener einen Lehrstuhl an der ETH angenommen hatte. Zum gemeinsamen Kolloquium der Universität und der ETH bittet Debye Schrödinger um einen Beitrag zu den de Broglie-Papers. Schrödinger war mit der Materie vertraut ([34], S. 257 ff.), nahm die Einladung an und publizierte mehrere Artikel [52]. Darin ist die „Schrödinger-Gleichung“ enthalten. Ihre Lösung gelang mit der Unterstützung von Hermann Weyl.

Schrödinger wollte die Lösung der Schrödinger-Gleichung als eine Materiewelle interpretieren, wie er durch die de Broglie-Wellen inspiriert war. Allerdings gelingt dies nur im Falle eines einzelnen Teilchens. **Bei mehreren Teilchen versagt die Materiewellen-Interpretation.** Damit war Schrödinger extrem unzufrieden.

[52] Erwin Schrödinger: „Quantisierung als Eigenwertproblem“. Annalen der Physik 79 (1926), I. Mitteilung 27. Januar eingegangen, S. 361-376; 2. Mitteilung 23. Februar eingegangen, S. 489-527; 3. Mitteilung 10. Mai 1926 eingegangen, Annalen der Physik 80 (1926), S. 437-490; 4. Mitteilung 21. Juni 1926 eingegangen, Annalen der Physik 81 (1926), S. 109-139.

Bald wurde die mathematische Gleichwertigkeit der Matrix-Mechanik Heisenbergs und der Wellen-Mechanik Schrödingers nachgewiesen.

Die zeitliche Priorität der Begründung der Quantenmechanik gehört Heisenberg.

Die Bedeutung der ψ -Funktion (die Lösung der Schrödinger-Gleichung, als auch die Lösung Heisenbergs Matrizengleichung) bleibt (zunächst) obskur, für beide Zugänge gleichermaßen.

Zur Berechnung vieler Problemstellungen der Atomphysik benutzen bis heute die meisten Physiker die Schrödinger-Gleichung. Der einzige Unterschied zur vertrauten Diffusionsgleichung ist die imaginäre Zeitvariable der **Schrödinger-Gleichung**. Sie sorgt dafür, dass ihre **zeitliche Dynamik deterministisch und reversibel** ist und eine Gruppe bildet. Die Zeitvariable durchläuft die gesamte reelle Achse. Im Gegensatz dazu beschreibt die Diffusionsgleichung, die zugleich auch für Wärmeleitung gilt, einen irreversiblen Prozess, der ein (Wärme-) Gleichgewicht anstrebt. Ihre zeitliche Dynamik bildet eine Halbgruppe. Hier durchläuft die Zeitvariable nur die positive reelle Achse.

In der Schrödinger-Gleichung tritt die zeitliche Ableitung in 1. Ordnung auf, die räumlichen Ableitungen jedoch in 2. Ordnung. Dies zeigt, dass die Schrödingergleichung nicht Einstein-relativistisch ist. Denn in einer relativistischen dynamischen Gleichung müssen die Ableitungen nach der Zeitvariablen und nach den Ortsvariablen notwendig in gleicher Ordnung auftreten. Das trifft für die von Paul Dirac (1902-1984) 1927 gefundene Gleichung zur Beschreibung der Dynamik eines freien Elektrons zu. In der Dirac-Gleichung treten zeitliche und räumliche Ableitungen nur von 1. Ordnung auf. Dies trifft auch für die Maxwell-Gleichungen zu.

Die freie Dirac-Gleichung lässt sich, wie die freien Maxwell-Gleichungen, aus dem Kriterium zur elementaren Zerlegung der Darstellung der Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie (Poincaré-Gruppe) herleiten.

Im September 1926 lädt Bohr Schrödinger nach Kopenhagen ein ([40], S. 91 ff.). Es kommt zu einem extrem intensiven Austausch. Bei der Frage der Interpretation der Quantenmechanik verbleiben zwischen Bohr und Heisenberg einerseits und Schrödinger andererseits unüberbrückbare Auffassungen.

1927 stellt Heisenberg die Unschärferelation auf.

Im gleichen Jahr schlägt Max Born (1882-1970) die statistische Interpretation der Quantenmechanik vor

Ebenfalls 1927 fand die fünfte Solvay-Konferenz statt. Im Mittelpunkt stand ein höchst intensiver Disput zwischen Einstein und Bohr. Mit immer neuen Gedankenexperimenten versucht Einstein, Schwächen der neuen Quantenmechanik aufzuzeigen. Bohr kann alle Einwände widerlegen. Die Quantenmechanik besteht ihre Feuertaufe. Keine Einigung gab es in der Frage der Interpretation der Quantenmechanik. Bohr, Heisenberg, Pauli verteidigen Borns statistische Interpretation. Einstein lehnt sie vehement ab. Er will die Kausalität nicht aufgeben: Gott würfelt nicht. Davon wird er nie abweichen.

1935 verfasst Einstein zusammen mit seinen Mitarbeitern Podolski und Rosen einen grundsätzlichen Artikel, in dem er seine kritischen Einwände an der Quantenmechanik festhält [53]. Diese Arbeit zeigt die neue Qualität von Quantenkorrelationen auf. Diese „**EPR-Korrelationen**“, die Einstein ausschloss, werden erstmals 1980 durch den französischen Experimentalphysiker Alain Aspect in seiner Doktorarbeit eindeutig nachgewiesen.

[53] Albert Einstein, Boris Podolski, Nathan Rosen: “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?” Physical Review 47 (1935) S.777.

Nach dem „Goldenen Zeitalter der Physik“

Nach der Entdeckung des Neutrons 1932 wandte Heisenberg die Quantenmechanik auf den Atomkern an. In drei Abhandlungen „Über den Bau der Atomkerne“ legte er die Grundlage für die Kernphysik. Mit weiteren Pionierleistungen trug er zur Entwicklung der Quantenfeldtheorie bei (Paarerzeugung aus dem Vakuum, S-Matrix, ...). Im Zweiten Weltkrieg beschäftigte er sich neben der Kernreaktorentwicklung mit der kosmischen Höhenstrahlung. Ab den 1950er Jahren galt seinen Forschungen der Elementarteilchentheorie und der nichtlinearen Spinortheorie („Weltformel“).

1936, 1937 öffentliche Angriffe der SS gegen Heisenbergs Person. Er wurde als „weißer Jude“ bezeichnet und mit dem Tode bedroht. 1939 Einberufungsbescheid zur Wehrmacht. Heisenberg leitet das Uranprojekt. 1945 wurde im Pilot-Reaktor in Haigerloch Neutronenvermehrung erzielt. Der Reaktor blieb unterkritisch.

September 1941: Treffen mit Niels Bohr in Kopenhagen [54]. Das Gespräch mißlang, es konnte die Entwicklung der Atombombe nicht verhindern.

4. Juni 1942: Treffen mit dem für Rüstung zuständigen Reichsminister Speer. Neben Heisenberg nahmen u. a. der Industrielle und Erfinder Förster (Reutlingen) und der Luftwaffengeneral Milch teil [55]. Nach dem Vortrag und der Einschätzung Heisenbergs wurde von einem Atombombenprogramm Abstand genommen.

[54] Michael Frayn: „Kopenhagen. Stück in zwei Akten“. Wallstein-Verlag 2001.

[55] Persönlicher Hinweis von Monika Witte, geb. Förster, zum Protokoll des Treffens.

Auf Einladung von Paul Scherrer, Professor für Experimentalphysik an der ETH, hält Heisenberg im Dezember 1944 einen Vortrag in Zürich. Unter den Zuhörern sitzt der CIA-Agent Moe Berg. Er hat den Befehl, Heisenberg zu erschießen, falls es Anzeichen dafür geben sollte, dass Heisenberg an einer Atombombe arbeitet ([39], S. 598-600; [56], S. 120-122).

Mitte 1942 läuft in den USA das Manhattan-Projekt unter der Leitung von Robert Oppenheimer in vollem Umfang an [57]. Unter Einsatz von 2 Milliarden \$ und der Beteiligung von bis zu 150 000 Menschen führte es am

16. Juli 1945 zur ersten Test-Atombombenexplosion in Neu-Mexiko, am
06. August 1945 zum Abwurf der Uranbombe auf Hiroshima und am
09. August 1945 zum Abwurf der Plutoniumbombe auf Nagasaki.

Das Manhattan-Projekt wurde gegenüber dem US-Kongress geheimgehalten. Den Befehl zum Einsatz der Atombombe gab US-Präsident Harry S. Truman (während der Potsdam-Konferenz mit Stalin und Churchill, die vom 17. Juli - 2. August 1945 stattfand), gegen den Rat der Oberkommandierenden der US-Streitkräfte, McArthur für den Bereich Pazifik und Eisenhower für den Bereich Atlantik.

[56] Elisabeth Heisenberg: „Das politische Leben eines Unpolitischen“. Piper-Verlag München, 1980.

[57] Richard Rhodes: „The Making of the Atomic Bomb“. A Touchstone Book, published by Simon & Schuster, New York, 1988.

Nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs wurden zehn deutsche Atomphysiker ein halbes Jahr lang in Farmhill in England interniert. Der englische Geheimdienst hörte ihre Gespräche ab. Die Abschriften sind inzwischen öffentlich.

12. April 1957: Göttinger Memorandum von 18 Atomphysikern gegen den Bau von Atomwaffen und der nuklearen Bewaffnung der Bundeswehr, u. a. mit Otto Hahn, Werner Heisenberg, C. F. v. Weizsäcker [58].

[58] „Aber dann ist der Urkern zerplatzt“. Interview mit Carl Friedrich von Weizsäcker, geführt durch den Publizisten Dietrich Hahn, Enkel von Otto Hahn, Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 19.12.1998, Nummer 295, Ereignisse und Gestalten, S. III.

8.2 Die Grundstruktur der Quantentheorie

Die Information über ein physikalisches System (wir beziehen uns im Folgenden auf quantenphysikalische Systeme) wird durch Vektoren eines Hilbertraums repräsentiert. Dieser Hilbertraum ist der Zustandsraum der Quantentheorie. Für die Zustandsvektoren gilt das **Superpositionsprinzip**, die additive Überlagerung von Zustandsvektoren.

Messoperationen, beispielsweise Impulsmessung, Ortsmessung, Drehimpulsmessung werden durch **selbstadjungierte lineare Operatoren** repräsentiert. Sie werden als „**Observable**“ bezeichnet. Ihr Definitionsbereich liegt „dicht“ im Hilbertraum. (Jeder Hilbertraumvektor lässt sich als Limes einer konvergenten Folge von Elementen erhalten, die im Definitionsbereich des in Frage kommenden Operators liegen.)

Ein Operator A^* heißt adjungiert zum Operator A , wenn

$$\langle A^*\psi, \varphi \rangle = \langle \psi, A\varphi \rangle \quad \text{für alle Hilbertraumvektoren } \psi, \varphi \text{ aus dem Definitionsbereich von } A.$$

Ein Operator A heißt selbstadjungiert, falls

$$A^* = A$$

Adjunktion bedeutet bei einer Matrix das Transponieren („Spiegelung“ der Elemente der Matrix an der Hauptdiagonale) und Übergang zum komplex Konjugierten.

Viele Operatoren lassen sich bezüglich einer ausgewählten Basis des Hilbertraums als Matrizen darstellen. (Eine Basis im Hilbertraum ist eine Untermenge von Elementen, durch deren Kombination jedes beliebige Element des Hilbertraums approximiert werden kann.)

Physikalisch hat die Adjunktion mit Zeitumkehr zu tun. In den dynamischen Gleichungen der Quantenmechanik tritt die Zeitvariable t in Kombination mit der imaginären Einheit i auf. Aus $i \cdot t$ wird dann $-i \cdot t$.

Die Menge der beschränkten selbstadjungierten linearen Operatoren auf dem Hilbertraum bilden mit der Hintereinanderausführung der Anwendung auf einen Vektor eine **nichtkommutative Algebra, die Observablenalgebra**.

Der Erwartungswert (Messwert) eines Operators A in einem System, das sich im Zustand ψ befindet, wird durch das folgende Skalarprodukt definiert:

$$(36) \quad \langle \psi, A \psi \rangle$$

Selbstadjungierte Operatoren haben reelles Spektrum. Ihr Erwartungswert ist entsprechend eine reelle Zahl.

Die beschränkten linearen Operatoren $L(\mathcal{H})$ auf einem Hilbertraum $\mathcal{H}$ bilden mit der Adjunktion eine involutive Algebra (*-Algebra).

Eine Verallgemeinerung der Matrixalgebra ist das Konzept einer **von Neumann-Algebra**, ein für die Quantentheorie kräftiges mathematisches Werkzeug [59].

Eine von Neumann Algebra M ist eine *-Unteralgebra von $L(\mathcal{H})$, falls

$$(37) \quad M = M''$$

Die Kommutante A' einer Untermenge A von $L(\mathcal{H})$ ist die Menge der Operatoren (und ihrer Adjungierten) aus $L(\mathcal{H})$, die mit allen Operatoren aus A vertauschen. Die Grundlage der Definition einer von Neumann-Algebra ist die erstaunliche Beobachtung $A' = A'''$. Mit $M = A'$ gilt dann (37). Der tragende Rahmen dieses mathematischen Zugangs ist das Spiel von Nichtvertauschbarkeit und Vertauschbarkeit.

[59] Artikel Nr. 430 zum Stichwort "Von Neumann Algebras" in "Encyclopedic Dictionary of Mathematics" by the Mathematical Society of Japan, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1977. Eine knappe und präzise Darstellung.

Spezialliteratur: Masamichi Takesaki: "Theory of Operator Algebras", Springer-Verlag, New York, Volume I, 1979; Volume II, 2003.
Jacques Dixmier: "Von Neumann Algebras", North-Holland, Amsterdam, 1969.

Die Struktur einer von Neumann-Algebra lässt sich abstrakt, ohne Bezug zu einem Hilbertraum definieren. Diese abstrakte Algebra heißt W^* -Algebra. Umgekehrt lässt sich mittels einer Standardkonstruktion aus der abstrakten W^* -Algebra eine von Neumann-Algebra über einem Hilbertraum gewinnen.

Wir betrachten eine abstrakte W^* -Algebra und wählen uns eine maximal abelsche (bei der Multiplikation vertauschen alle Operatoren) W^* -Unteralgebra. Zu dieser Unteralgebra lässt sich kanonisch ein Raum konstruieren. Eine abelsche Operatoralgebra beschreibt klassische Physik. Passenderweise hält sie einen Raumbegriff bereit.

Bezogen auf die raum-zeitliche Ebene der klassischen Physik findet die quantentheoretische Beschreibung auf einer „Meta-Ebene“ statt. Auf dieser Meta-Ebene ist die **Dynamik der ψ -Funktion**, wie sie beispielsweise durch die Schrödinger-Gleichung bestimmt wird, **deterministisch!**

Für einen geeigneten Vektor ψ des Hilbertraums $\mathcal{H}$ einer von Neumann-Algebra $\mathcal{M}$ lässt sich eine modulare Konjugation S_ψ definieren, welche die Nichtkommutativität der Algebra „misst“.

$$(38) \quad S_\psi : x\psi \rightarrow x^*\psi \quad \text{für alle } x \in \mathcal{M}$$

$$S_\psi (x \cdot y) \psi = (x \cdot y)^*\psi = (y^* \cdot x^*) \psi$$

Für selbstadjungierte $x, y \in \mathcal{M}$, $x^* = x$, $y^* = y$, vertauscht S_ψ die Reihenfolge der Faktoren im Operatorenprodukt:

$$S_\psi (x \cdot y) \psi = (y \cdot x) \psi$$

Die „polare“ Zerlegung der modularen Konjugation S_ψ ergibt einen modularen, positiven Operator Δ_ψ und eine antiunitäre Involution J_ψ (ähnlich wie bei der Zerlegung einer komplexen Zahl in Realteil r und imaginären Winkelteil, $z = e^{i\varphi} \cdot r$):

$$(39) \quad S_\psi = J_\psi \Delta_\psi^{1/2}.$$

$$\text{Es gilt: } S_\psi^* \cdot S_\psi = \Delta_\psi.$$

Die hier vorgestellte Mathematik wurde ab der 1960er Jahre durch die japanischen Mathematiker M. Tomita und M. Takesaki initiiert und international weiterentwickelt. Diese Tomita-Takesaki-Theorie wurde beispielsweise für das Modell eines idealen Quantengases im thermischen Gleichgewicht eingesetzt. Der Energieoperator H des Systems (Hamiltonoperator) beschreibt das zeitliche Verhalten des Gases. Zugleich erzeugt der Logarithmus des modularen Operators eine Dynamik des Systems. Im thermischen Gleichgewicht ψ besteht zwischen beiden Operatoren die folgende Beziehung:

$$(40) \quad H = -kT \log \Delta_\psi$$

Damit haben wir einen Zusammenhang zwischen der Wärmebewegung im Quantengas und der Nichtkommutativität des Systems! Die Temperatur ist die Proportionalitätskonstante zwischen Quantenfluktuationen und Wärmebewegung.

Zur gleichzeitigen Verknüpfung der Nichtkommutativität mit einem Übergang von einem Zustand φ zu einem andern Zustand ψ benutzen wir eine relative modulare Konjugation $S_{\varphi,\psi}$.

$$(41) \quad S_{\varphi,\psi} : x\psi \rightarrow x^*\varphi \quad \text{für alle } x \in M$$

Daraus lässt sich der relative modulare Operator bilden:

$$(42) \quad \Delta_{\varphi,\psi} = S_{\varphi,\psi}^* \cdot S_{\varphi,\psi}$$

Damit haben wir ein mathematisches Werkzeug, einen Operator der relativen Entropie zu definieren [60]:

$$(43) \quad R(\varphi, \psi) = -\log \Delta_{\varphi,\psi} + \log \Delta_\psi$$

Das ermöglicht eine **abstrakte Formulierung des 2. Hauptsatzes**:

Ein Zustand ψ kann sich in einen Zustand φ genau dann spontan (d. h. ohne Netto-Zufuhr von Energie) umwandeln, wenn der Operator der relativen Entropie $R(\varphi, \psi)$ positiv ist.

Der Erwartungswert $\langle \psi, R(\varphi, \psi) \psi \rangle$ hat die gewohnten Eigenschaften einer relativen Entropie.

[60] Eberhard E. Müller: "Note on relative entropy and thermodynamical limit". Helvetica Physica Acta 58 (1985), S. 622 ff.
Diesem Paper können mathematisch-technische Einzelheiten zur Definition (43) entnommen werden.

8.3 Heisenbergsche Unschärferelation

Aus der Vertauschungsrelation (33) lässt sich die Heisenbergsche Unschärferelation berechnen.
Wir betrachten zwei Observable **A**, **B**, also zwei lineare selbstadjungierte Operatoren auf einem Hilbertraum.
Mit einem Hilbertraumvektor ψ , der im Definitionsraum der beiden Operatoren, wie auch im Definitionsraum der Produkte und der Quadrate der beiden Operatoren liegt, bilden wir mit dem Skalarprodukt Erwartungswerte.

Das Quadrat der Unschärfe einer Observablen **A** ist die Varianz:

$$\sigma_A^2 = \langle \psi, (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id})^2 \psi \rangle .$$

$$\sigma_A^2 \sigma_B^2$$

$$= \langle (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi, (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi \rangle \cdot \langle (\mathbf{B} - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi, (\mathbf{B} - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi \rangle$$

$$\geq | \langle (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi, (\mathbf{B} - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi \rangle |^2 \quad \text{Cauchy-Schwarzsche Ungleichung}$$

$$\geq \left[\frac{1}{2i} \left(\langle (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi, (\mathbf{B} - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi \rangle - \langle (\mathbf{B} - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi, (\mathbf{A} - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \mathbf{Id}) \psi \rangle \right) \right]^2$$

Die letzte Ungleichung besagt, dass das Quadrat des Imaginäranteils einer komplexen Zahl $z = x + i y$ größer ist als das Betragsquadrat von z : $|z|^2 = z \bar{z} = (x + i y) (x - i y) = x^2 + y^2 \geq y^2$; $y = \frac{1}{2i} (z - \bar{z})$.
 $\bar{z} = \overline{x + i y} = x - i y$. Der Überstrich bedeutet das komplex Konjugierte von z .
 (Beachte die Komplexkonjugation bei der Vertauschung der Faktoren im Skalarprodukt.)

rechte Seite der letzten Ungleichung

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{1}{2i} (\langle \mathbf{A}\psi, \mathbf{B}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \right. \\
 &\quad \left. - \langle \mathbf{B}\psi, \mathbf{A}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle) \right]^2 \\
 &= \left[\frac{1}{2i} (\langle \mathbf{A}\psi, \mathbf{B}\psi \rangle - \langle \mathbf{B}\psi, \mathbf{A}\psi \rangle) \right]^2 \\
 &= \left[\frac{1}{2i} \langle \psi, (\mathbf{A} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{A}) \psi \rangle \right]^2
 \end{aligned}$$

Damit haben wir eine Beziehung für die Unschärfen zweier Observablen $\mathbf{A}, \mathbf{B}$:

$$\sigma_A \cdot \sigma_B \geq \frac{1}{2i} \langle \psi, (\mathbf{A} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{A}) \psi \rangle$$

Aus der Heisenbergschen Vertauschungsrelation (33) folgt die Heisenbergsche Unschärferelation:

$$(44) \quad \Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2i} \langle \psi, (\mathbf{P} \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{P}) \psi \rangle = \frac{h}{4\pi}$$

In der Quantenmechanik können Ort und Impuls nicht gleichzeitig scharf sein. Ist der Ort scharf, dann ist der Impuls völlig unbestimmt. Ist der Impuls scharf, ist der Ort komplett unbestimmt. In der Quantenmechanik geht der Bahnbegriff der Newtonschen Mechanik verloren.

Die Heisenbergsche Unschärferelation folgt aus der Grundstruktur der Quantenmechanik. Sie ist keine Folge eines Messprozesses. Auch wenn Heisenberg ursprünglich durch ein grundsätzliches Gedankenexperiment zur Ortsmessung eines Elementarteilchens durch ein γ -Strahlen-Mikroskop die Unschärferelation gefunden hat. Er wollte die Paradoxie verstehen, dass die Spur eines Elektrons in der Nebelkammer (ein „Kondensstreifen“) sichtbar ist, obwohl der Bahnbegriff des Elektrons abhanden gekommen ist.

„Heisenberg-Mikroskop“:
Unschärfe beim Messvorgang

Beugung am Spalt: Interferieren
Lichtstrahlen mit einem Gangunterschied
einer halben Wellenlänge ($\lambda/2$), kommt es
zur Auslöschung:

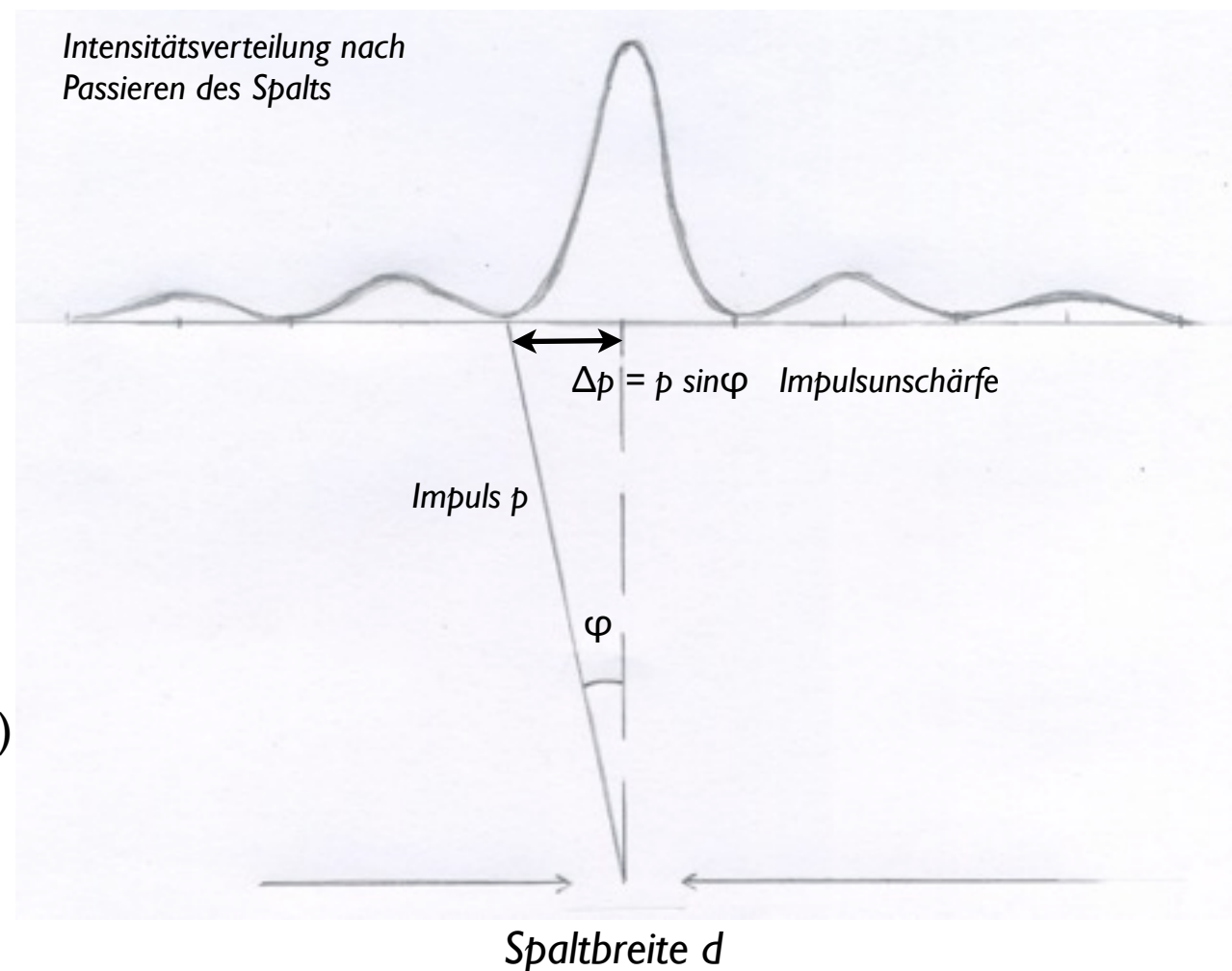
$$\sin \varphi = \lambda/d$$

$$p = h/\lambda \quad (\text{Licht oder Materie als Welle})$$

$$\Delta p/p = \lambda/d$$

$$\Delta p \cdot d = p \cdot \lambda = (h/\lambda) \cdot \lambda = h$$

Nehmen wir d als Ortsunschärfe Δx ,
dann folgt $\Delta p \Delta x \geq h$.



Sichtweisen zur Unschärferelation

Heisenberg berichtet C. F. v. Weizsäcker im April 1927 bei einer Taxifahrt in Berlin von der Unbestimmtheitsrelation. Er sagt zu ihm: „Ich glaub‘, ich hab‘ das Kausalgesetz widerlegt“ [61].

Auf den Stellenwert der Kausalität werden wir im nächsten Kapitel „Zur Interpretation der Quantentheorie“ zurückkommen.

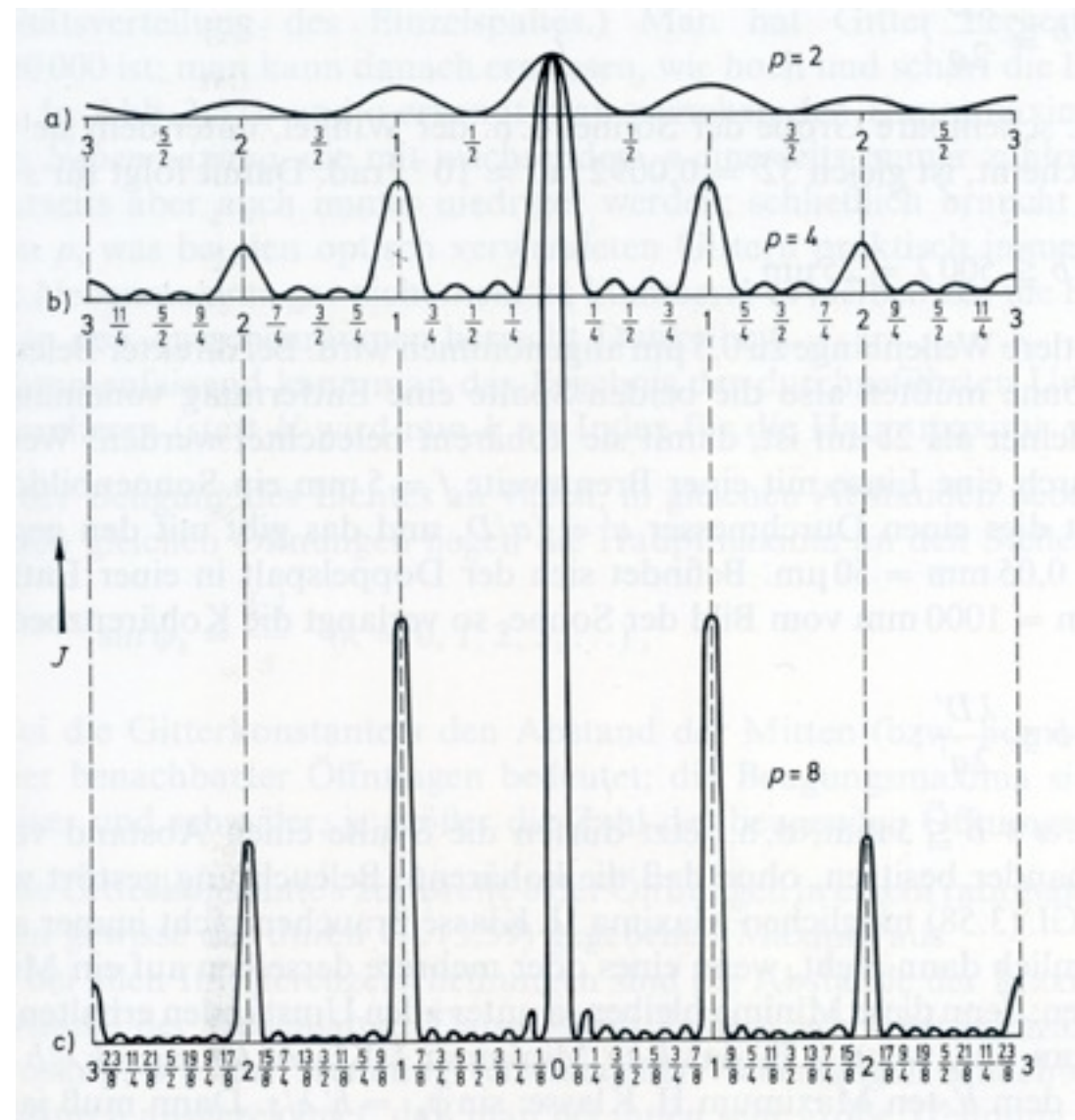
Mit Blick auf die Evolution des Kosmos seit dem Beginn der kosmischen Hintergrundstrahlung (Messungen des Planck-Weltraumteleskops 2013) zieht der Astrophysiker Viatcheslav Mukhanov den Schluss: „Wir alle entstanden aus Quantenfluktuationen“ [62]. Es geht um die „kleinen“ Temperaturfluktuationen der kosmischen Hintergrundstrahlung, die von der scharfen Planck-Verteilung abweichen. Diese Fluktuationen haben die kosmische Evolution in Gang gesetzt. Gleichung (40) ist die Brücke zwischen den Temperaturfluktuationen und den Quantenfluktuationen der Hintergrundstrahlung. Die Quantenfluktuationen sind Ausdruck der Nicht-Kommutativität im Photonengas und damit Ausdruck der Unschärferelation.

[61] In Carl Friedrich von Weizsäcker: „Physik und die Dinge, die etwas bedeuten“. Frankfurter Allgemeine Zeitung v. 13.08.1983, Ereignisse und Gestalten.

[62] Anlässlich des Jubiläums 100 Jahre Allgemeine Relativitätstheorie schloss Prof. Dr. Viatcheslav Mukhanov im Max-von-Laue-Kolloquium der Humboldt-Universität zu Berlin am 29. Oktober 2015 seinen Vortrag "The Quantum Universe" mit dem Satz: "We all originated from quantum fluctuations."

8.4 Superposition, Kohärenz, Interferenz

Intensitätsverteilung bei der Beugung durch 2, 4, 8 Spalte.



Bergmann-Schaefer: „Optik“, S. 379.

Elektroneninterferenzen
am Biprisma,
durchgeführt
von Möllenstedt
und Düker
1956 an der
Universität Tübingen
[63].



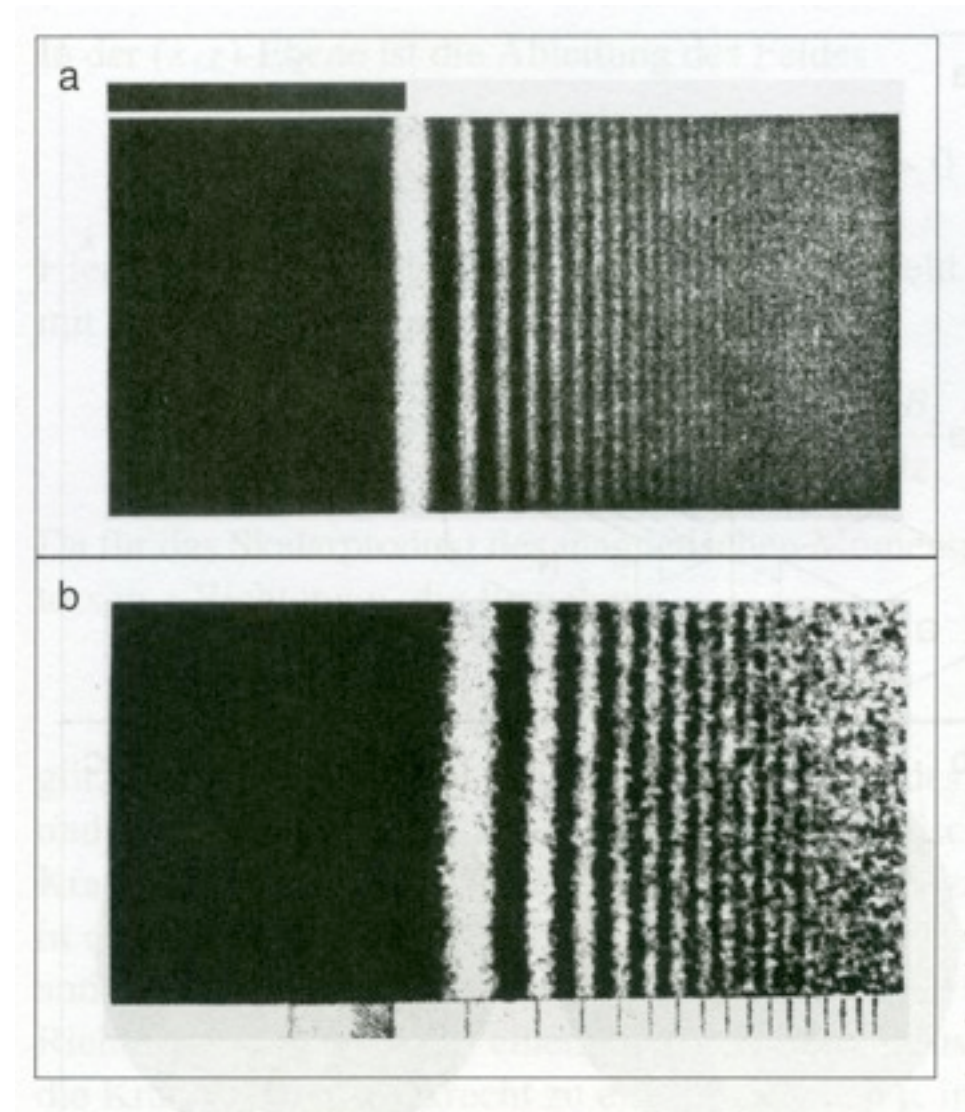
(Bergmann-Schaefer: „Optik“, S. 1020.)

[63] G. Möllenstedt, H. Düker: Zeitschrift für Physik 44 (1956), S. 377.

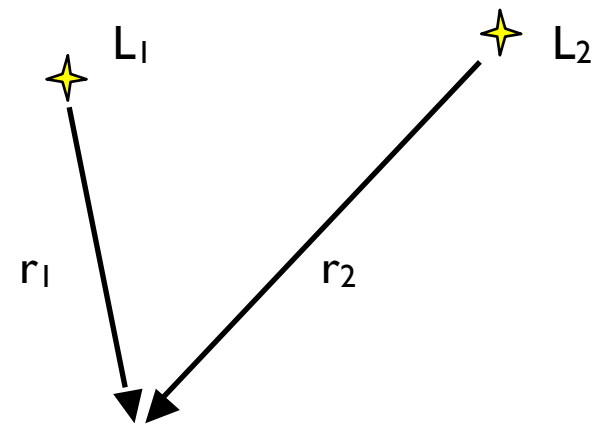
Interferenz an einer scharfen Kante:
oben: Beugung von rotem Licht,
unten: Beugung von Elektronen
(siehe S. Brandt/H. D. Dahmen:
Quantenmechanik in Bildern,
Springer 2015, S. 7.)

R. W. Pohl, „Optik und Atomphysik“, 1954

H. Boersch, Physikalische Zeitschrift 44 (1943), S. 202



Überlagerung (Superposition) am Beispiel zweier Lichtwellen



Vereinfachende Annahmen:

- Beide Lichtquellen senden mit der gleichen Frequenz $\omega = 2\pi\nu$ und entsprechend mit der gleichen Wellenlänge λ .
- Beide Lichtwellen sind gleich gerichtet (gleiche Polarisierung, d. h. gleiche Schwingungsebene).

Superposition (Überlagerung) der elektrischen Felder E_1 und E_2 zu einem Gesamtfeld E (Wir betrachten die Beträge der Felder):

$$E_1 = A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right)$$

$$E_2 = A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right)$$

A_1, A_2 sind die Amplituden der beiden elektrischen Wellen. Im folgenden ist die Größe S die Intensität des Lichts, gebildet mit dem Quadrat des (elektrischen oder magnetischen) Feldes. Z ist der „Wellenwiderstand“ des Vakuums (377 Ohm), T ist die Schwingungsdauer.

$$E = E_1 + E_2$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{Z} \{ E_1 + E_2 \}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \{ A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right) + A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right) \}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \{ A_1 \cos \alpha + A_2 \cos \beta \}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \{ A_1^2 \cos^2 \alpha + A_2^2 \cos^2 \beta + 2 A_1 A_2 \cos \alpha \cos \beta \}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Hilfsformeln: } \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta))$$

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2Z} \{ & A_1^2 + A_1^2 \cos 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right) \\ & + A_2^2 + A_2^2 \cos 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right) \\ & + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right) \\ & + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{2t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{\lambda} - \delta_2 - \delta_1 \right) \} \end{aligned}$$

Nun wird über die Zeit gemittelt. Bei dieser Mittelung heben sich positive und negative cos-Terme gegenseitig auf, in denen die Variable t vorkommt. Damit bleiben die folgenden Terme übrig:

$$S = \frac{1}{2Z} \{ A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right) \}$$

Für die Intensitäten der einzelnen Lichtwellenfelder erhalten wir:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2Z} A_1^2 \\ S_2 &= \frac{1}{2Z} A_2^2 \end{aligned}$$

Daran sehen wir die entscheidende Eigenschaft von Interferenz:

Die Intensität S des gesamten, überlagerten Lichtwellenfeldes ist im allgemeinen nicht die Summe der Intensitäten S_1 und S_2 der einzelnen, separaten Lichtwellenfelder.

Der Unterschied liegt im Auftreten des cos-Terms im Ausdruck für S .

Dieser Term heißt Interferenzterm.

Zusammengefasst:

$$S = S_1 + S_2 + 2 \sqrt{S_1 S_2} \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right).$$

Interferenz ist die im allgemeinen **nicht-additive Überlagerung von Licht**.

Es gibt Bereiche, in denen konstruktive Interferenzen die Lichtintensität verstärken (Wellenberg auf Wellenberg, Wellental auf Wellental), und Bereiche, in denen destruktive Interferenzen das Licht auslöschen (Wellenberg auf Wellental). Technische Einzelheiten und zahlreiche Anwendungen zu Superposition siehe [64]. Zum Thema Superposition (und weitere Grundlagen der Quantentheorie) siehe [65].

[64] Bergmann, Schaefer: „Optik“. Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3, 9. Auflage. De Gruyter, Berlin, 1993. Ausführliches Fachbuch!

[65] Claus Kiefer: „Quantentheorie“. Fischer-Taschenbuch, Frankfurt a. M., 2002.
Gut verständliche und begrifflich präzise Einführung in die Quantentheorie.

8.5 Wichtige mathematische Beiträge zur Entwicklung der Quantentheorie, im Überblick

1900:	Planck, Strahlungsformel, Wirkungsquantum
1902:	Lebesgue, Integraltheorie
1904-1909:	Hilbert, Axiomatisierung, Hilbertraum, Spektraltheorie von Operatoren Courant, Methoden der mathematischen Physik Hermann Weyl, Gruppentheorie, Spektraltheorie von Operatoren, Eigenwertprobleme
1925:	Heisenberg, nichtkommutative Observablen-Algebra
1929:	von Neumann, Operatoren-Algebra, Gruppentheorie, Quantenlogik
1945:	Laurent Schwartz, Distributionen-Theorie; mathematische Fundierung der Dirac-Funktion
1960er:	Haag, Araki: Operatorenalgebraische Methoden in physikalischen Modellen
1967:	M. Tomita, M. Takesaki: modulare Theorie
1973:	Alain Connes, modulare Theorie

9. Zur Interpretation der Quantentheorie

9.1 Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik

Die entscheidenden Beiträge zur Interpretation der Quantenmechanik sind die **statistische Interpretation**, die von Max Born stammt (1927) und der Gedanke der **Komplementarität**, der von Niels Bohr entwickelt wurde.

Die Interpretationsfrage entzündet sich am „**Messprozessproblem**“:

Inwiefern beeinflusst der Messakt das Messresultat?

Letzteres wird gelegentlich plakativ an einem provokativen Vorschlag Schrödingers diskutiert, der als „Schrödinger-Katze“ Furore gemacht hat.

Die statistische Interpretation geht von einem Zufallsverhalten eines einzelnen Quantenobjekts aus. In großer Zahl (statistisches Ensemble) ordnen sich Photonen, Elektronen, ... in Interferenzmustern an. Das statistische Ensemble folgt den Gesetzmäßigkeiten der Wellentheorie.

Die statistische Interpretation vermittelt zwischen Teilchenbild und Wellenbild.

Für ein einzelnes Teilchen lässt sich nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage treffen.

In einem fixierten Raumgebiet haben wir eine gewisse Wahrscheinlichkeit (beispielsweise 40 %), ein Elektron anzutreffen. Wir haben keine Sicherheit, es dort anzutreffen.

Demgegenüber lebt die klassische Mechanik davon, dass wir ein Teilchen präzise lokalisieren und es an diesem Ort mit 100 %iger Sicherheit antreffen können.

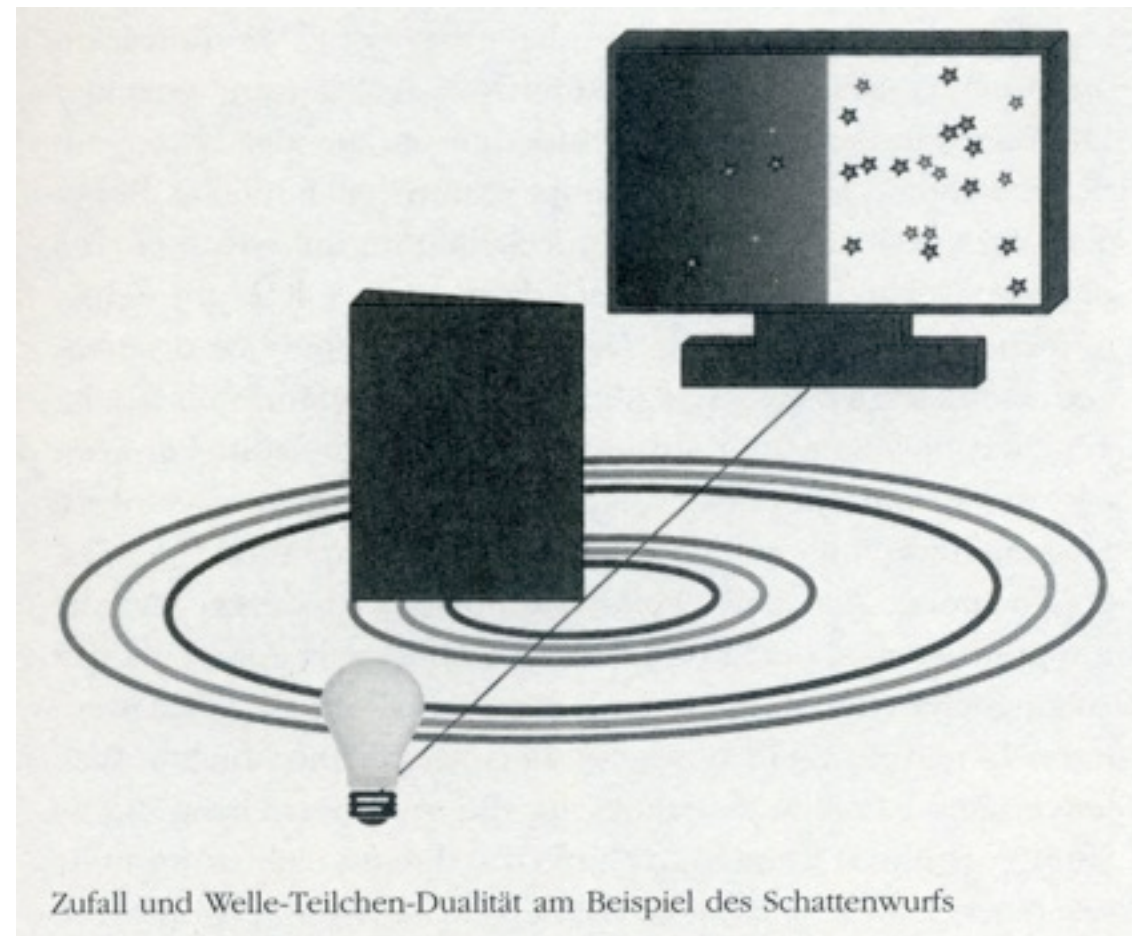
Schattenwurf mit extrem schwacher Intensität verdeutlicht die Welle-Teilchen-Dualität.

Schematische Darstellung

Die Intensität der Lichtquelle wird soweit reduziert, dass einzelne Photonen auf dem Bildschirm auftreffen.
Die Blendenkante ist so scharf, dass der Krümmungsradius wesentlich kleiner ist als die vorkommenden Lichtwellenlängen.

Die Kante wird zum Ausgangspunkt Huygens'scher Elementarwellen, die sich auch in den Schattenbereich hinein ausbreiten. Damit blitzen Photonen auch im Schattenbereich auf.

Die Auftreff-Orte der Photonen sind zufällig. Eine Bahn der Photonen zwischen Lichtquelle und Auftreff-Ort auf dem Bildschirm lässt sich nicht definieren. Bei diesem Experiment werden die Photonen mit dem Auftreffen auf dem Monitor bzw. auf der Photoplatte zur räumlichen Lokalisierung gezwungen.



Mit dem Gedanken der **Komplementarität** hat sich Bohr lange auseinandergesetzt. Im Folgenden ein Auszug aus einem Vortrag von 1936 [66]:

„Eine ... weitergehende Revision des Beobachtungsproblems wurde ... durch die Entdeckung des universellen Wirkungsquantums veranlaßt, die uns darüber belehrt, daß die ganze Beschreibungsart der klassischen Physik mit Einschluß der Relativitätstheorie ihre Zweckmäßigkeit nur solange beibehält, als alle in die Beschreibung eingehenden Wirkungen groß sind im Vergleich zum Planckschen Quantum. Wenn dies nicht der Fall ist, treten, wie in der Atomphysik, neuartige Gesetzmäßigkeiten auf, die im Rahmen einer Kausalbeschreibung nicht zusammengefaßt werden können. Dieses zunächst paradox erscheinende Ergebnis findet indessen seine Aufklärung darin, daß auf diesem Gebiete nicht länger scharf unterschieden werden kann zwischen dem selbständigen Verhalten eines physikalischen Objekts und seiner Wechselwirkung mit anderen als Meßinstrumente dienenden Körpern, die mit der Beobachtung unvermeidlich verknüpft ist und deren Berücksichtigung nach dem Wesen des Beobachtungsbegriffs selber ausgeschlossen ist.

[66] Niels Bohr: „Kausalität und Komplementarität“. Vortrag auf dem zweiten Internationalen Kongress für Einheit der Wissenschaft, Kopenhagen 1936. Erkenntnis 6 (1937), S. 293 ff., abgedruckt in Karl v. Meyenn, Klaus Stolzenberg, Roman U. Sexl (Hrsg.): „Niels Bohr“, Vieweg, Braunschweig, 1985; S. 204-205.

Dieser Umstand stellt uns in der Tat vor eine in der Physik ganz neue Situation bezüglich der Analyse und Synthese von Erfahrungen, die uns dazu zwingt, das Kausalitätsideal durch einen allgemeineren Gesichtspunkt zu ersetzen, den man 'Komplementarität' zu nennen pflegt. Die scheinbar mit einander unverträglichen Auskünfte über das Verhalten des Untersuchungsobjektes, die wir bei Benutzung verschiedener Meßanordnungen bekommen, lassen sich nämlich offenbar nicht in gewöhnlicher Weise miteinander verbinden, sondern dürfen als komplementär zu einander bezeichnet werden. Insbesondere erklärt sich das Scheitern jedes Versuchs, den durch das Wirkungsquantum symbolisierten Zug von 'Individualität' der atomaren Einzelprozesse durch eine Unterteilung ihres Verlaufs näher zu analysieren, dadurch, daß jeder durch direkte Beobachtung definierbare Schnitt in diesem Verlauf eine Meßanordnung verlangen würde, die mit dem Zustandekommen der betreffenden Gesetzmäßigkeiten selber unverträglich wäre. ...“

Heisenberg-Schnitt

Der Eingriff des Beobachters steht im Zentrum der Diskussion, die insbesondere Bohr, Heisenberg und Pauli führen. Heisenberg betrachtet einen Schnitt zwischen Quantenobjekt und Messapparat [67]:

„Es zeigte sich, dass in unserer Erforschung atomarer Vorgänge ein eigentümlicher Zwiespalt unvermeidbar ist: Einerseits sind die experimentellen Fragen, die wir an die Natur richten, stets mit Hilfe der anschaulichen Begriffe der klassischen Physik formuliert und bedienen sich insbesondere der Begriffe von Raum und Zeit der Anschauung; denn wir besitzen ja gar keine andere als diese den Gegenständen unserer alltäglichen Umgebung angepasste Sprache, mit der wir z. B. den Aufbau der Messapparate beschreiben könnten, und wir können Erfahrungen nicht anders als in Raum und Zeit machen. Andererseits sind die mathematischen Gebilde, die sich zur Darstellung der experimentellen Sachverhalte eignen, Wellenfunktionen in mehrdimensionalen Konfigurationsräumen, die keine einfache anschauliche Deutung zulassen.

[67] Werner Heisenberg: „Wandlungen der Grundlagen der exakten Naturwissenschaft in jüngster Zeit“. Vortrag vor der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, Hannover, 17. September 1934. Angewandte Chemie 47 (1934), S. 697-702; Zitat S. 698.

Aus diesem Zwiespalt ergibt sich die Notwendigkeit, bei der Beschreibung atomarer Vorgänge einen **Schnitt** zu ziehen **zwischen den Messapparaten des Beobachters**, die mit den klassischen Begriffen beschrieben werden, **und dem Beobachtungsobjekt**, dessen Verhalten durch eine Wellenfunktion dargestellt wird. Während nun sowohl auf der einen Seite des Schnitts, die zum Beobachter führt, wie auf der anderen, die den Gegenstand der Beobachtung enthält, alle Zusammenhänge scharf determiniert sind - hier durch die Gesetze der klassischen Physik, dort durch die Differentialgleichungen der Quantenmechanik -, äußert sich die Existenz des Schnittes doch im Auftreten statistischer Zusammenhänge. An der Stelle des Schnittes muss nämlich die Wirkung des Beobachtungsmittels auf den zu beobachtenden Gegenstand als eine teilweise unkontrollierbare Störung aufgefasst werden.“

Aus etwas größerer zeitlicher Distanz zu Bohrs und Heisenbergs obiger Positionen möchte ich Auszüge aus einem Vortrag Paulis aus dem Jahr 1949 über „**Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität**“ hinzufügen [68]:

„Alle Physiker, welche die Entwicklung bejahen, die in der systematischen Konstruktion des mathematischen Formalismus der Wellenmechanik im Jahre 1927 einen vorläufigen Abschluss fand, müssen zugeben, daß wir heute zwar Naturwissenschaften, aber kein naturwissenschaftliches Weltbild mehr besitzen. Eben dieser Umstand könnte aber als Korrektur der früheren Einseitigkeit den Keim eines Fortschrittes in Richtung auf ein einheitliches Gesamtweltbild in sich tragen, in welchem die Naturwissenschaften nur ein Teil sind. Hierin möchte ich die allgemeinere Bedeutung der Idee der Komplementarität erblicken, welche dank dem dänischen Physiker Niels Bohr aus dem Boden der Physik gewachsen ist.

...

Im folgenden möchte ich nun an einfachen Beispielen erläutern, wie innerhalb der Physik **die Idee der Komplementarität eine Synthese von entgegengesetzten und einander zunächst widersprechenden Voraussetzungen** ermöglicht hat. Zur Erreichung dieses Ziels waren allerdings weitgehende Verallgemeinerungen des alten Ideals der Kausalität und sogar des Begriffes der physikalischen Realität notwendig. ...

[68] Wolfgang Pauli: „Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität“. Vortrag, gehalten in der Philosophischen Gesellschaft Zürich, Februar 1949. Abgedruckt in „Wolfgang Pauli. Physik und Erkenntnistheorie“, Hg. Karl von Meyenn, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1984, S. 10-17.

...

Die Endlichkeit des Wirkungsquantums, die eine Unterteilung individueller Quantenprozesse ausschließt, stellt also die Physiker vor folgende Situation: Es ist unmöglich, den ganzen Einfluß des Meßapparates auf das gemessene Objekt durch determinierbare Korrekturen in Rechnung zu stellen. Jeder Gewinn an Kenntnis atomarer Objekte durch Beobachtungen muß mit einem unwiderruflichen Verlust anderer Kenntnisse bezahlt werden. Die Naturgesetze verhindern zum Beispiel den Beobachter, eine gleichzeitige Kenntnis sowohl von Energie und Bewegungsgröße als auch von raumzeitlicher Lokalisierung eines Objektes zu erreichen. Welche Kenntnis gewonnen oder welche andere Kenntnis unwiderruflich verloren ist, bleibt der freien Wahl des Experimentators zwischen einander ausschließenden Versuchsanordnungen überlassen.

Diese Situation wurde von Bohr mit „Komplementarität“ bezeichnet.

Der Unkontrollierbarkeit des Eingriffes der Beobachtung in das beobachtete System wird dadurch Rechnung getragen, daß die atomaren Objekte nicht in eindeutiger Weise durch die gewöhnlichen physikalischen Eigenschaften beschrieben werden können. Dadurch ist die Voraussetzung einer Beschreibung der Phänomene unabhängig von der Art ihrer Beobachtung nicht mehr erfüllt, und die physikalischen Objekte erhalten einen zwei- oder mehrdeutigen und daher symbolischen Charakter.

Die Beobachter oder Beobachtungsmittel, welche die moderne Mikrophysik in Betracht ziehen muß, unterscheiden sich demnach wesentlich von dem losgelösten Beobachter der klassischen Physik. ...“

9.2 Kritik der Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie

Niels Bohr, Max Born, Werner Heisenberg, Wolfgang Pauli stehen für die Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie. Diese Interpretation geht von einem zufälligen Verhalten eines einzelnen Quantenteilchens aus und gibt dabei die Kausalität auf. Das statistische Ensemble wird im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie den quantenmechanischen Gesetzen, beispielsweise der Schrödinger-Gleichung, gerecht.

Albert Einstein, Max Planck, Erwin Schrödinger, Max von Laue lehnten die statistische Interpretation der Quantentheorie ab. In einem Brief an Born schreibt Einstein am 4. Dezember 1926:

„Die Quantenmechanik ist sehr achtung-gebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, daß das doch nicht der wahre Jakob ist. Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, daß der nicht würfelt. ...“ [69].

[69] Albert Einstein, Hedwig und Max Born, Briefwechsel 1916-1955. Rowohlt, Reinbek bei Hamburg, 1972.

An dieser Einschätzung hält Einstein fest. Am 7. September 1944 schreibt er an Born:

„... Du glaubst an den würfelnden Gott und ich an volle Gesetzlichkeit in einer Welt von etwas objectiv Seiendem, das ich auf wild spekulativem Wege zu erhaschen suche. Ich glaube fest, aber ich hoffe, daß einer einen mehr realistischen Weg, bzw. eine mehr greifbare Unterlage finden wird, als es mir gegeben ist. Der große anfängliche Erfolg der Quantenmechanik kann mich doch nicht zum Glauben an das fundamentale Würfelspiel bringen, wenn ich auch wohl weiß, daß die jüngeren Kollegen dies als Folge der Verkalkung auslegen. Einmal wird's sich ja herausstellen, welche instinktive Haltung die richtige gewesen ist.“ [69]

Planck teilt Einsteins Anliegen. Beispielsweise in einem Brief am 2. Februar 1929 an Arnold Sommerfeld in München schreibt er:

„In dem Kampf zwischen Determinismus und Indeterminismus stehe ich entschieden auf Seite des ersteren, da ich der Meinung bin, daß die aufgetauchten Schwierigkeiten im Grunde nur einer unangemessenen Fragestellung entspringen.“ [70]

[70] Max Planck, *rororo Bildmonographie* 198, verfasst von Armin Herman, Reinbek bei Hamburg, 1973, S. 71.

Die Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie opfert das klassische Verständnis des Kausalitätsbegriffs und ist nicht mit einem „real“ existierenden, separierbaren Einzelobjekt kompatibel. Einstein, Planck, Schrödinger waren nicht bereit, diese Folgerungen für physikalische Theorien zu akzeptieren. Das Festhalten an der Kausalität war für sie unverzichtbar. Kausalität hängt direkt mit der „Ursache-Wirkung-Figur“ und mit dem Unterschied von Vergangenheit und Zukunft zusammen. Auf diese Figur zu verzichten impliziert die Gefahr subjektiver Beliebigkeit. Ein Verzicht auf Kausalität würde das Fundament von Wissenschaft erschüttern. An dieser Stelle sollte die Kantsche Philosophie gültig bleiben. Der Kausalität muss ein höherer Rang als den Begriffen Raum und Zeit vorbehalten bleiben. Auch wenn die moderne Analytische Philosophie bereit ist, von einer „probabilistischen Kausalität“ zu sprechen [71].

Zu dieser prinzipiellen Kritik kommen neue Anforderungen an eine Interpretation der Quantentheorie. Die moderne Experimentalphysik ermöglicht es, einzelne Atome, Elektronen und Photonen zu beobachten und zu manipulieren. Bis in die 1970er Jahre war das noch unvorstellbar. In den ersten 50 Jahren der Quantenmechanik (seit 1925) passte eine statistische Interpretation zur experimentellen Kunst der Atomphysik. Inzwischen gibt es aber nicht wenige Experimente, für die die Kopenhagener Interpretation unbefriedigend ist und ins Leere läuft.

[71] Wolfgang Spohn: „Deterministic Causation“. In „Current Issues in Causation“, Wolfgang Spohn, Marion Ledwig, Michael Elsfeld (eds), mentis, Paderborn, 2001, S. 21-46.

9.3 Konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie

Die Nichtkommutativität der Observablen in Gestalt der Vertauschungs- und Antivertauschungsrelationen konstituieren Quantenkorrelationen zwischen allen Elementarteilchen wie beispielsweise Photonen, Elektronen, Protonen, Neutronen. Diese Quantenkorrelationen machen das Universum zu einem unteilbaren Ganzen. Die Quantentheorie ist eine holistische Theorie.

Es stellt sich die Frage nach der Möglichkeit von Objekten, im Sinne von Teilobjekten des Universums. A priori gibt es keine Objekte, keine Gegenstände der Beschreibung. Damit gäbe es auch keine Möglichkeit, von Strukturen zu sprechen und sie wahrzunehmen. Es bliebe nur noch diffuses Ahnen, vielleicht Spüren, falls überhaupt noch irgendetwas bleibt. Wenn es keine Strukturen und keine Gegenstände der Beschreibung gäbe, wäre Naturwissenschaft und Wissenschaft überhaupt nicht möglich.

Die Frage nach der Möglichkeit von Objekten hängt eng zusammen mit der Diskussion des Messprozesses im Rahmen der Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik.

Beobachtungen zur Vorbereitung einer konstruktivistischen Interpretation

Ich möchte auf eine grundsätzliche Beobachtung Plancks im Zusammenhang der Diskussion der Thermodynamik der Hohlraumstrahlung zurückgreifen. In „Zur Geschichte der Auffindung des physikalischen Wirkungsquantums“ berichtet er Folgendes ([31], S. 27):

„Zwar war das Wesen der Entropie als ein Maß der Wahrscheinlichkeit im Sinne Boltzmanns auch für die Strahlung endgültig festgestellt. Das zeigte sich besonders deutlich in einem Satz, von dessen Gültigkeit der mir am nächsten stehende Schüler, Max v. Laue, mich in mehrfachen Gesprächen überzeugte, daß die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel kleiner ist als die Summe der Entropien der einzelnen Bündel.“

Eine zweite Beobachtung von grundsätzlicher Bedeutung äußert Einstein in seiner Erwiderung auf die Beiträge im Band zu seinem siebzigsten Geburtstag, den Paul Arthur Schilpp herausgegeben hat [72]. Dabei bezieht sich Einstein auf die Bedeutung der ψ -Funktion. In der Kopenhagener Interpretation wird die Quantenmechanik als vollständig angesehen. Einstein hält die Quantenmechanik bis dato für unvollständig.

„Was mir an dieser Art des Argumentierens nicht gefällt, ist die nach meiner Überzeugung unhaltbare positivistische Grundeinstellung, die mir mit dem Berkeleyschen Grundsatz „esse est percipi“ [73] zusammenzufallen scheint. Das „Sein“ ist immer etwas von uns gedanklich Konstruiertes, also von uns (im logischen Sinne) frei Gesetztes. Die Berechtigung solcher Setzungen liegt nicht in ihrer Ableitbarkeit aus dem Sinnlich-Gegebenen. Eine derartige Ableitbarkeit (im Sinne einer logischen Deduzierbarkeit) gibt es nie und nirgends, auch nicht in der Domäne des vorwissenschaftlichen Denkens. Die Berechtigung der Setzungen, die für uns das „Reale“ repräsentieren, liegt allein in deren vollkommener oder unvollkommener Eignung, das Sinnlich-Gegebene intelligibel zu machen.“

[72] Albert Einstein: „Bemerkungen zu den in diesem Bande vereinigten Arbeiten“. In Paul Arthur Schilpp (Hrsg.): „Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher“, eine Auswahl, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1983, S. 236.

[73] esse est percipi, Sein ist Wahrgenommensein, ist ein Fazit des irischen Philosophen George Berkeley (1685-1753). Eine Radikalisierung John Lockes (1632-1704) sensualistischen Ansatzes.

Konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie

Objekte existieren nicht an sich, sie existieren nicht a priori. **Objekte existieren als Konstrukte. Sie existieren kraft Definition.** Es bedarf eines definierenden Schnitts, um ein Teilsystem des Universums einzugrenzen und als ein Objekt zu konstituieren. Dieser Schnitt zieht die Grenze zwischen „System“ und „Umgebung“ und begründet beide. Er ist nicht notwendig räumlich zu verstehen. Der **Definitionsschnitt** legt fest, welche Quantenkorrelationen außer Betracht gelassen werden und welche weiter Berücksichtigung finden. Er wird beim Aufbau einer experimentellen Anordnung konkret vorgenommen. Die Anordnung präpariert den Gegenstand der Untersuchung. Sie legt fest, was physikalisch eigentlich zu beschreiben ist.

Wir wollen uns einen solchen Definitionsschnitt an einem Beispiel klarmachen.

Denken wir an Elektronen, die an ein elektromagnetisches Feld gekoppelt sind. Die elektromagnetische Wechselwirkung korreliert Elektronen und Photonen zu einem quantenmechanischen Gesamtsystem. Infolge der Kopplung ist es nicht mehr möglich, eine gegenseitige Begrenzung anzugeben. Mit der Kopplung geht der physikalische Begriff des „Elektrons“ wie auch der Begriff „elektromagnetisches Feld“, strenggenommen, verloren. Die beiden Ingredienzien haben im gekoppelten System a priori keine eigene Identität. Um von einem „elektronischen Teilsystem“ sprechen zu können, muß ein „Schnitt“ vorgenommen werden. Ganz unterschiedliche Definitionsschnitte sind denkbar. Entsprechend unterschiedlich ergibt sich dann die „Kopplung“ zwischen dem elektronischen Teilsystem und dem elektromagnetischen Umgebungsfeld. So können wir das elektronische System „stark“ an die Umgebung koppeln, oder wir können es „schwach“ an die Umgebung koppeln. Wir sprechen dann von „stark gekoppelten Elektronen“, oder von „schwach gekoppelten Elektronen“. Ein stark gekoppeltes Elektron und ein schwach gekoppeltes Elektron sind unterschiedliche physikalische Objekte. Schnitte finden in einer mathematischen Idealisierung ihren Niederschlag. Im Falle des schwach gekoppelten Elektrons steht der sogenannte „schwache Kopplungslimes“ für diese Idealisierung [74].

[74] Der aus Malta stammende und am Dublin Institute for Advanced Studies arbeitende Physiker Joe Pulè hat den schwachen Kopplungslimes 1974 mathematisch streng durchgerechnet.
Joe V. Pulè: „The Bloch Equations“. Communications of Mathematical Physics 38 (1974), S. 241.

Anstelle von Elektronen können wir Kernspins als Teilsystem betrachten. Wir nehmen dieses gekoppelte System Kernspins und Photonen als momentanes “Universe of discourse“. In diesem Gesamtsystem ist die Zeitentwicklung reversibel. Wenn wir mit der Idealisierung des schwachen Kopplungslimes auf das Kernspin-Teilsystem fokussieren, erhalten wir als zeitliche Dynamik im Teilsystem die sogenannten „Blochschen Gleichungen“ der Kernspinresonanz. Diese Dynamik ist irreversibel und bildet eine Halbgruppe, im Unterschied zur Gruppe der reversiblen Dynamik im Gesamtsystem.

Dieses für uns paradigmatische Beispiel eines Definitionsschnitts hat zugleich eine sehr wichtige praktische Anwendung: die Kernspin-Tomographie, eine in der Medizin und Biologie schonende Diagnosemethode. Grundlagen zur Nutzung der Kernspinresonanz als bildgebendes Verfahren hat Richard Ernst, ETH-Zürich, gelegt, für die er 1991 den Chemie-Nobelpreis erhielt. Ernst war der erste Doktorand von Hans Primas.

Was unterscheidet den Definitionsschnitt der konstruktivistischen Interpretation vom Heisenberg-Schnitt?

Heisenberg, wie auch Bohr und Pauli setzen den Schnitt zwischen System und Meßapparat. Diesen „Heisenberg-Schnitt“ halte ich für irreführend. Der Meßapparat sollte richtigerweise die Rolle der „Schere“ spielen, was seine präparative Potenz betrifft. Die Umgebung, mit der das System korreliert ist, kommt beim Heisenberg-Schnitt gar nicht vor. Sollte der Meßapparat allerdings die Rolle der Umgebung spielen, sollte dies auch festgestellt werden. Dann aber ist das Wort „Meßapparat“ eine Fehlspur. Auch die Rede von der Beschreibung des Meßapparats durch klassische Sprache ist eine Fehlspur. Soll der Meßapparat als ein klassisches Objekt aufgefaßt werden? Das wäre inkorrekt, denn strenggenommen gibt es keine klassischen Objekte. Objekte sind notwendig Quantenobjekte. Auch der Meßapparat ist ein Quantenobjekt. Wenn sich „klassisch“ aber nur auf die Beschreibung durch klassische Begriffe bezieht, ist dies kein weiterführendes Argument. Denn durch eine komplementäre Verwendung klassischer Begriffe können wir Quantensituationen perfekt beschreiben.

Die Pulèsche Analyse [74] der schwachen Kopplung von Elektronenfeld (oder Nukleonenfeld) und Photonenfeld zeigt, wie physikalische Systeme präzise konstruiert werden können. Diese mathematisch umsetzbare Idealisierung ist paradigmatisch für eine konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie. Die Analyse des schwachen Kopplungslimes, den wir als Definitionsschnitt verstanden wissen wollen, macht darüberhinaus eine Struktureigenschaft von weitreichender Bedeutung deutlich: **das Auftreten der Irreversibilität.**

Das Quantenobjekt, beispielsweise das Elektronenfeld, ist notwendig ein offenes System. Denn es bleibt mit der nach dem Schnitt zurückbleibenden Umgebung gekoppelt, wie immer spezifisch die Kopplung gewählt wird. Diese freie Wahl entscheidet, von welchen Quantenkorrelationen wir abstrahieren.

Jeder Definitionsschnitt wird durch den praktischen Nutzen eines Versuchsaufbaus oder der Präparierung eines gewünschten Quantenobjekts bestimmt. Strenggenommen ist er eine Fiktion. Das offene System ist infolge seiner Irreversibilität einem „Alterungsprozess“ unterworfen.

Wir wissen bereits: Quantenobjekte sind nur näherungsweise räumlich lokalisierbar. Sie sind räumlich unanschaulich. Sie sind ohne Ort, sie sind, im präzisen Sinne des Worts, Utopie. Diese Utopie ist primäre Realität. Ihre raum-zeitliche Verankerung, ihre näherungsweise Lokalisierung ist von nachgeordneter Realität. Dabei liefert die Utopie die Vorlage, die „Blaupause“ für die Konstruktion von raum-zeitlicher Realität.

Das Zufallsverhalten tritt auf, wenn bewegte Quantenobjekte räumlich lokalisiert werden und wenn dabei an einem a priori Raumbegriff festgehalten wird. Auf der „Meta-Ebene“ des Hilbertraums besteht keine Notwendigkeit zur Einführung von Zufall und Wahrscheinlichkeit, auch wenn eine statistische Interpretation mit der Hilbertraum-Ebene verträglich ist.

Die konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie hält an der Kausalität fest [75]. Sobald das Quantenobjekt definiert ist, verhält es sich kausal.

[75] Eberhard Müller: „A Constructivist Interpretation of Quantum Theory preserves Causation“. In “Current Issues in Causation“, Wolfgang Spohn, Marion Ledwig, Michael Elfeld (eds), mentis, Paderborn, 2001, S. 191-198, wie [71].

9.4 Der Definitionsschnitt erhöht die Entropie

Der Definitionsschnitt ist das entscheidende Konstruktionsmittel einer konstruktivistischen Interpretation. Eine komplexe Definition mag eine Vielzahl von Schnitten umfassen. Bei jedem Schnitt werden ausgewählte spezifische Quantenkorrelationen vernachlässigt bzw. ausgeblendet. Damit wird die Information, die in den Quantenkorrelationen enthalten ist, „weggeworfen“. Oft wird dies durch ein „weg-Mitteln“ vorgenommen. Dieses Informationsopfer muss zu einer Erhöhung der Entropie führen. Das bewirkt Irreversibilität.

Dies lässt sich auch mathematisch nachvollziehen.

Sei ψ der Zustand eines betrachteten gesamten Systems vor einem Schnitt. Wir nehmen im System einen Schnitt vor und erhalten zwei Teile, die durch die Zustände ψ_1 und ψ_2 beschrieben werden. Die beiden Systeme koppeln wir unter Erhaltung ihrer einzelnen Integrität wieder zum gesamten System zusammen. Nach dem Schnitt ist das gesamte System im Zustand $\psi_1 \otimes \psi_2$. Dann gilt für den Erwartungswert der Relativ-Entropie (43) nach einer Ungleichung von Oskar Klein (siehe [76]):

$$\langle \psi, R(\psi_1 \otimes \psi_2, \psi) \psi \rangle > 0. \quad (\text{falls } \psi \neq \psi_1 \otimes \psi_2)$$

[76] Res Jost: „Quantenmechanik II“. Verlag der Fachvereine an der ETH-Zürich, 1973; „Der Trennungssatz“, S. 141.

Der Definitionsschnitt unterwirft ein System grundsätzlich der Irreversibilität. Irreversibilität ist Bedingung der Möglichkeit von Konstruktion und Gestaltung. Der Schnitt selbst ist die Ursache der Irreversibilität. **Der Zeitpfeil**, die Asymmetrie zwischen Vergangenheit und Zukunft, **folgt damit aus der Asymmetrie zwischen dem Teil und dem Ganzen**. Diese konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie macht die Rede vom Wärmetod des Universums obsolet. Sie liefert die begrifflichen Voraussetzungen für die freie Erzeugung von Objekten.

Die oben zitierte Plancks Bemerkung zielt genau auf einen Schnitt. Die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel ist kleiner als die Summe der Entropien der beiden einzelnen Strahlenbündel.

9.5 Anmerkungen zum Konstruktivismus

Der Konstruktivismus hat sich in der Soziologie, in den Sozialwissenschaften, in der Psychologie, in den Geisteswissenschaften entwickelt. In der Physik findet er bisher keine Beachtung. Der „radikale Konstruktivismus“ geht auf Ernst von Glasersfeld zurück [77]. Er geht nicht von einer gegebenen, an sich existierenden Realität aus. Er nimmt Realität als konstruiert an, wobei alle möglichen Einflüsse und Bedingungen berücksichtigt werden müssen.

Wichtige Vertreter des Konstruktivismus sind u. a. der Kommunikationswissenschaftler und Psychotherapeut Paul Watzlawick (1921-2007), der Soziologe Niklas Luhmann (1927-1998) und der Wissenschaftstheoretiker und Philosoph Paul Feyerabend (1924-1994). In der Systemtheorie Luhmanns spielt der Definitionsschnitt eine entscheidende Rolle. Mit dem Schnitt definiert er ein soziales System und zugleich dessen Umwelt.

[77] Ernst von Glasersfeld: „Radikaler Konstruktivismus. Ideen, Ergebnisse, Probleme.“ Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 1996.

Ein Beispiel aus den Textwissenschaften

Was ist ein Begriff? Zu einem Begriff gehört ein Wort oder ein Subtext eines Textes. Die „Umgebung“ des Worts oder der Worte, die für einen Begriff stehen, ist der Kontext. Ein Wort allein liefert noch keinen fertigen Begriff. Ohne geschriebenen und ungeschriebenen Kontext bleibt die Bedeutung von Wörtern unklar bzw. uneindeutig. Das Wort „Mutter“ könnte die Mutter eines Kindes, oder die Mutter einer Schraube, oder die Muttergesellschaft eines Industrieunternehmens bedeuten. Mit Ton könnte ein Höreindruck oder der Lehm der Töpferin gemeint sein. ...

Die Art der Korrelation zwischen Wort und Kontext ist für die Bedeutung eines Begriffs entscheidend. Erst die konkrete Anknüpfung an den Kontext führt auf die Definition eines Begriffs. Entsprechend kommt es im Laufe der Zeit mit der Änderung der allgemeinen Lebensumstände zu Verschiebungen von Begriffsbedeutungen: Begriffe „altern“. Wollen wir an ihnen festhalten, müssen wir sie je neu rekonstruieren. Dies zeigt die strukturelle Analogie zur Konstruktion von Systemen und Objekten in einem quantentheoretisch beschriebenen Universum.

10. Exemplarische Folgerungen von Quantenkorrelationen

10.1 Quantentheorie und klassische Physik

Beispiel: Wirkt sich eine Quantisierung beim klassischen Pendel aus?

Wir betrachten ein mathematisches Pendel mit einem masselosen Faden von 25 cm Länge und einer Pendelkugel mit 50 g Masse. Die Kugel wird auf ein Niveau von 5 cm über dem tiefsten Durchlaufpunkt (Auslenkwinkel $\varphi = 0$) ausgelenkt. Sie wird losgelassen, und schwingt.

Nach Gleichung (14) beträgt die Frequenz der Schwingung $\nu = 1/s$ (siehe Beispiel „eine einfache Uhr“). Die Energie der makroskopischen Pendelschwingung ergibt sich aus der anfänglichen Lage-Energie

$$E = m \cdot g \cdot h = 0,05 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,05 \text{ m} = 6,13 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Setzt sich diese Energie aus n Quanten $h \cdot \nu$ zusammen, $E = n \cdot h \cdot \nu$, dann haben wir eine Anzahl von

$$n = E/(h \cdot \nu) = 6,13 \cdot 10^{-3} \text{ J} / (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 1 \text{ s}^{-1}) = 9,25 \cdot 10^{30} \text{ Quanten.}$$

In der klassischen Physik ist die Wirkung weniger Quanten, mithin der Quantencharakter, verschwindend klein.

10.2 Quantenkorrelationen und ihre zentrale Rolle bei der Bose-Einstein-Kondensation

Einstein wendet Boses Statistik-Ansatz von 1924, der für Photonen gedacht ist, auf ein einatomiges ideales Quantengas an. Im Laufe seiner Analyse stellt er eine Kondensations-Hypothese auf.



Albert Einstein 1879-1955
Satyendra Nath Bose 1894-1974

10.7.1924:

A. Einstein: „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases“.

Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Gesamtsitzung, S. 261-267.

29.11.1924:

Brief Einsteins an Paul Ehrenfest in Leiden:

„Von einer gewissen Temperatur an ‚kondensieren‘ die Moleküle ohne Anziehungskraft, d. h. sie häufen sich bei der Geschwindigkeit Null. Die Theorie ist hübsch, aber ob auch etwas Wahres dran ist?“

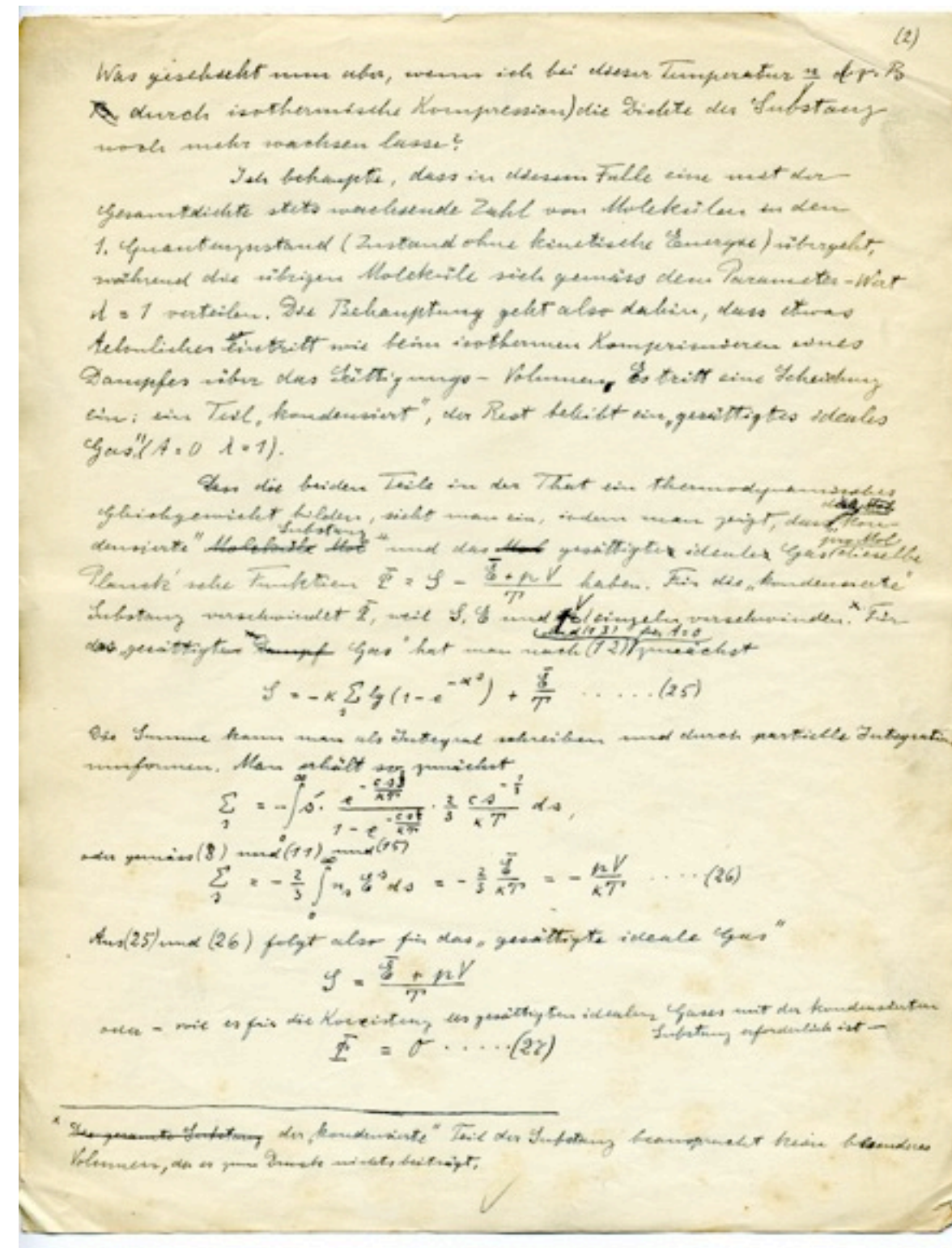
(Zitiert in [28], S. 440.)

8.1.1925

A. Einstein: „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung.“ Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse, S. 3-14.

[78] Im folgenden Zitiernummer für Einsteins Paper vom 10.7.1924.

[79] Zitiernummer für Einsteins Paper vom 8.1.1925.



Sitzungsbericht
Preussische Akademie der Wissenschaften
8.1.1925

4

Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 8. Januar 1925

Was geschieht nun aber, wenn ich bei dieser Temperatur $\frac{n}{V}$ (z. B. durch isothermische Kompression) die Dichte der Substanz noch mehr wachsen lasse?

Ich behaupte, daß in diesem Falle eine mit der Gesamtdichte stets wachsende Zahl von Molekülen in den 1. Quantenzustand (Zustand ohne kinetische Energie) übergeht, während die übrigen Moleküle sich gemäß dem Parameterwert $\lambda = 1$ verteilen. Die Behauptung geht also dahin, daß etwas Ähnliches eintritt wie beim isothermen Komprimieren eines Dampfes über das Sättigungsvolumen. Es tritt eine Scheidung ein; ein Teil »kondensiert«, der Rest bleibt ein »gesättigtes ideales Gas« ($A = 0$ $\lambda = 1$).

Daß die beiden Teile in der Tat ein thermodynamisches Gleichgewicht bilden, sieht man ein, indem man zeigt, daß die »kondensierte« Substanz und das gesättigte ideale Gas pro Mol dieselbe Plancksche Funktion $\Phi = S - \frac{\bar{E} + pV}{T}$ haben. Für die »kondensierte« Substanz verschwindet Φ , weil S , E und V einzeln verschwinden¹. Für das »gesättigte Gas« hat man nach (12) und (13) für $A = 0$ zunächst

$$S = -\kappa \sum_s \lg(1 - e^{-\alpha^s}) + \frac{\bar{E}}{T}. \quad (25)$$

Die Summe kann man als Integral schreiben und durch partielle Integration umformen. Man erhält so zunächst

$$\sum_s = - \int_0^\infty s \cdot \frac{e^{-\frac{cs^{\frac{2}{3}}}{\kappa T}}}{1 - e^{-\frac{cs^{\frac{2}{3}}}{\kappa T}}} \cdot \frac{2}{3} \frac{cs^{-\frac{1}{3}}}{\kappa T} ds,$$

(2)

Was geschieht nun aber, wenn ich bei dieser Temperatur $\frac{n}{V}$ (z. B. durch isothermische Kompression) die Dichte der Substanz noch mehr wachsen lasse?

Ich behaupte, dass in diesem Falle eine mit der Gesamtdichte stets wachsende Zahl von Molekülen in den 1. Quantenzustand (Zustand ohne kinetische Energie) übergeht, während die übrigen Moleküle sich gemäß dem Parameterwert $\lambda = 1$ verteilen. Die Behauptung geht also dahin, dass etwas Ähnliches eintritt wie beim isothermen Komprimieren eines Dampfes über das Sättigungsvolumen. Es tritt eine Scheidung ein; ein Teil »kondensiert«, der Rest bleibt ein »gesättigtes ideales Gas« ($A = 0$ $\lambda = 1$).

Die beiden Teile in der Tat ein thermodynamisches Gleichgewicht bilden, sieht man ein, indem man zeigt, dass beide Substanz und das gesättigte ideale Gas dieselbe Plancksche Funktion $\Phi = S - \frac{\bar{E} + pV}{T}$ haben. Für die »kondensierte« Substanz verschwindet Φ , weil S , E und V einzeln verschwinden. Für das »gesättigte Gas« hat man nach (12) zunächst

$$S = -\kappa \sum_s \lg(1 - e^{-\alpha^s}) + \frac{\bar{E}}{T} \quad \dots \dots (25)$$

man als Integral schreiben und durch partielle Integration umformen erhält so zunächst

$$- \int_0^\infty s \cdot \frac{e^{-\frac{cs^{\frac{2}{3}}}{\kappa T}}}{1 - e^{-\frac{cs^{\frac{2}{3}}}{\kappa T}}} \cdot \frac{2}{3} \frac{cs^{-\frac{1}{3}}}{\kappa T} ds, \quad (26)$$

folgt also für das »gesättigte ideale Gas«

$$\Phi = \frac{\bar{E} + pV}{T}$$

die Koexistenz des gesättigten idealen Gases mit der kondensierten Substanz infolgedessen ist

$$\Phi = 0 \quad \dots \dots (27)$$

der »kondensierte« Teil der Substanz beansprucht keine besondere Wärme und trägt nichts bei.

Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie: Quantenkorrelationen

Im August 2005 hatte ein Student (Rowdy Boeyink) im Lorentz-Institut der Universität Leiden das Einstein-Manuskript „Quantentheorie des einatomigen Gases, Zweite Abhandlung“ von Dezember 1924 gefunden. Einstein hatte dieses handschriftliche Manuskript offensichtlich zur Korrektur der Druckfahnen des Artikels benutzt und bei seinem Freund Ehrenfest zurückgelassen, den er besucht hatte.

www.Lorentz.leidenuniv.nl/history/Einstein_archive/Einstein_1925_manuscript/

news.bbc.co.uk/2/hi/europe/4170212.stm, from August 21, 2005, 00:30 GMT

Ideales Gas bedeutet, dass eine Wechselwirkung zwischen den Gasmolekülen ausgeschlossen wird. In einem klassischen idealen Gas kann es keinen Phasenübergang geben. Demgegenüber ist in einem Gas, in dem zwischen den Molekülen eine Anziehungskraft wirkt, ein Phasenübergang möglich.

Ein Beispiel dafür ist **Wasserdampf**.

Die elektrisch polaren Wassermoleküle üben wechselseitig eine Anziehungskraft aufeinander aus. Es bilden sich Molekülketten.

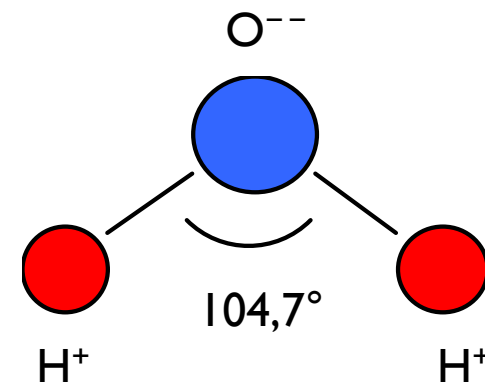
Ist die Wärmebewegung sehr stark, reißen die Ketten auf und die Moleküle bewegen sich einzeln: Das Wasser befindet sich in der Dampfphase.

Nimmt die Wärmebewegung ab, kommt es zur Kettenbildung, der Wasserdampf kondensiert.

Wasser liegt jetzt auch in der flüssigen Phase vor.

Kondensieren und Verdampfen ergeben sich aus dem Zusammenspiel der Dipol-Korrelationen der Wassermoleküle und der Wärmebewegung.

Der Winkel bei der
(näherungsweise klassisch vorgestellten)
Bindung zwischen dem Sauerstoff-Atom O
und den Wasserstoffatomen H macht das
Wasserstoffatom zu einem
elektrischen Dipol.



Abstand O – H: 0,096 nm

Abstand H – H: 0,152 nm

Das Sauerstoffatom zieht die Elektronen der Wasserstoffatome zu sich herüber, um eine Edelgaskonfiguration anzustreben.

Auch in einem idealen Quantengas werden zwischen den Gasteilchen klassische Kräfte wie Gravitation, elektromagnetische Kräfte oder daraus abgeleitete Kräfte ausgeschlossen.

Doch tritt hier mit den Quantenkorrelationen eine völlig neue Qualität auf.
In einem Bose-Gas sind diese Korrelationen zwischen den Gasteilchen anziehend.

Die Bose-Einstein-Kondensation ergibt sich aus dem Wechselspiel von Quantenkorrelationen und Wärmebewegung.

Da Quantenkorrelationen extrem schwach sind, tritt Kondensation erst bei äußerst geringer Wärmebewegung auf, also bei extrem tiefen Temperaturen.

Neben der **Bose-Statistik** (sie gilt für Teilchen mit ganzzahligem Spin, in Einheiten von $h/2\pi$) gibt es noch eine weitere Quantenstatistik, die **Fermi-Dirac-Statistik** (sie gilt für Teilchen mit halbzahligem Spin). Die Fermi-Dirac-Statistik war bei der Veröffentlichung von Einsteins Paper [79] Anfang Januar 1925 noch nicht bekannt ist. Anders als beim idealen Bose-Gas gibt es im idealen Fermi-Gas keinen Phasenübergang.

Der Begriff der Quantenkorrelationen tauchte 1924 noch nicht explizit auf. Er ist aber im Begriff der Quantenstatistik grundsätzlich enthalten. Erst 1935 beschäftigt sich Einstein in einer kritischen Analyse zur Quantenmechanik mit Quantenkorrelationen ganz prinzipiell und macht auf ihre kontra-intuitiven Folgen aufmerksam [53].

Quantenkorrelationen im einatomigen idealen Bose-Gas (Einstein-Fall):

maximale mittlere Teilchendichte: $\rho_e(T) = \left(\frac{2mkT}{\hbar^2 4\pi} \right)^{3/2} \cdot 2,61238$

maximale mittlere Energiedichte: $u_e(T) = \frac{3}{2} kT \left(\frac{2mkT}{\hbar^2 4\pi} \right)^{3/2} \cdot 1,34149$

mittlere Energie pro Atom: $u_e(T)/\rho_e(T) = \frac{3}{2} kT \cdot 0,51351$

Die Zahlenwerte geben die Quantenabweichung gegenüber dem klassischen Fall an.

(Im klassischen Fall würde anstelle der Kommazahlen jeweils eine 1 stehen).

In der oberen Gleichung ist es der Zahlenwert der Riemannschen Zeta-Funktion an der Stelle $3/2$.

In der mittleren Gleichung ist es der Wert der Riemannschen Zeta-Funktion an der Stelle $5/2$.

Gewissermaßen summiert die Riemannsche Zeta-Funktion über alle im Gas vorkommenden Quantenkorrelationen. Diese Formeln sind in Einsteins Paper vom 10.7.1924 enthalten [78].

Quantenkorrelationen im relativistischen idealen 1-Teilchen Bose-Gas:

maximale mittlere Teilchendichte: $\rho_e(T) = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \cdot 1,20206$

maximale mittlere Energiedichte: $u_e(T) = 3 kT \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \cdot 1,082323$

mittlere Energie pro Teilchen: $u_e(T)/\rho_e(T) = 3 kT \cdot 0,90039$

Diese Zahlenwerte geben wieder die Quantenabweichung gegenüber dem klassischen Fall an. Sie unterscheiden sich deutlich von den entsprechenden nicht-relativistischen Werten. In der oberen Gleichung ist es der Zahlenwert der Riemannschen Zeta-Funktion an der Stelle 3. In der mittleren Gleichung ist es der Wert der Riemannschen Zeta-Funktion an der Stelle 4.

Nebenbemerkung

Riemannsche Zeta-Funktion:

$$\begin{aligned}\zeta(s) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots \\ &= \prod_{p \text{ prim}} \frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}} = \frac{1}{(1 - \frac{1}{2^s})(1 - \frac{1}{3^s})(1 - \frac{1}{5^s}) \cdot \dots}\end{aligned}$$

Der Laufparameter p beim unendlichen Produkt durchläuft alle Primzahlen, gewissermaßen die „mathematischen Atome“.

Die bis heute ungelöste Riemannsche Vermutung von 1859:

Alle nichttrivialen Nullstellen der komplexen Zeta-Funktion liegen auf der Geraden mit $\operatorname{Re}(s) = \frac{1}{2}$.

Diskussion um die Bose-Einstein-Kondensation

1926 erhob George Eugene Uhlenbeck (1900-1988) einen gravierenden Einwand gegen die Möglichkeit einer Bose-Einstein-Kondensation: Die Quantisierung der Translationsbewegung lässt in einem endlich großen Behälter nur diskrete Energiezustände zu. Sie sind Eigenwerte des Laplace-Operators für dieses endliche Gebiet. Damit ist insbesondere der Grundzustand von den angeregten Zuständen separiert. Der für die Kondensation wesentliche Übergang der Gasteilchen in den Grundzustand scheint damit gar nicht möglich zu sein [80].

Uhlenbecks Einwand gegen Einsteins Kondensationshypothese lässt sich mit Hilfe des sogenannten thermodynamischen Limes entkräften, einer mathematischen Idealisierung, bei der das Volumen des Systems gegen Unendlich strebt, wobei die intensiven Größen (Energiedichte, Druck, Teilchendichte, ...) endlich gehalten werden. In dieser Idealisierung werden volumenrelevante Aspekte (Bulk-Eigenschaften) eines endlich großen Systems identifizierbar. Im thermodynamischen Limes rücken die Energiezustände des Systems infinitesimal eng zusammen. Dann wird auch der Übergang in den Grundzustand denkbar.

Im thermodynamischen Limes wird das Spektrum des Energie-Operators und des modularen Operators kontinuierlich. Diese Kontinuität ist kompatibel mit der Endlichkeit des Planckschen Wirkungsquantums, die Einsteins Lichtquantenhypothese unterstützt. - Im Limes bleibt das Quantensystem nicht-kommutativ.

Eine historische Anmerkung

Die Notwendigkeit des thermodynamischen Limes wurde in einer Diskussion während einer internationalen Konferenz anlässlich des 100. Geburtstags von van der Waals im November 1937 in Amsterdam thematisiert, die von Hendrik A. Kramers geleitet wurde ([28], S. 441). Eine Hälfte der Diskussionsteilnehmer sah darin eine Rechtfertigung von Einsteins Kondensationshypothese, die andere Hälfte nicht. Doch zog Uhlenbeck daraufhin seinen Einwand zurück [82].

1938 deutete Fritz London das Phänomen der bis dato theoretisch unverstandenen Suprafluidität von Helium mit Hilfe der Bose-Einstein-Kondensation [83]. Für die kritische Temperatur von He^4 ergab sich aus der Theorie ein Wert von 3,13 K, während der experimentell beobachtete Wert bei 2,19 K liegt. Diese Abweichung lässt sich durch die nicht perfekte Idealität des Heliumgases begründen.

[80] G. E. Uhlenbeck, Thesis. Leiden, 1927. Zitiert in [81].

[81] John T. Lewis: "Why do Bosons Condense?" DIAS-STP-86-12. Dublin Institute for Advanced Studies, School of Theoretical Physics, 1986.

[82] B. Kahn, G. E. Uhlenbeck: "On the theory of condensation". Physica 5, 1938, S. 399-415.

[83] Fritz London, Nature 141, 1938, S. 643. Physical Review 54, 1938, S.947.

Auch die Supraleitung wurde als eine Bose-Einstein-Kondensation erklärt [84]. Elektronen gehorchen der Fermi-Dirac-Statistik, so dass sie nicht kondensieren können. In Festkörpern können sie jedoch Paare bilden. Und für Elektronenpaare gilt die Bose-Statistik, so dass es unter geeigneten Bedingungen zu einer Bose-Einstein-Kondensation kommen kann. Mit der Folge, dass der elektrische Widerstand verschwindet.

R. Graham und F. Haake haben 1968 den Laser als eine Bose-Einstein-Kondensation von Photonen erklären können [85].

In der Physics Community haben sich für alle drei Phänomene alternative theoretische Erklärungen etabliert: Bei der Suprafluidität die Landau-Theorie, bei der Supraleitung die Bardeen-Cooper-Schrieffer-Theorie, und beim Laser der theoretische Zugang durch Hermann Haken.

[84] M. R. Schafroth, Physical Review 96, 1954, S. 1149, S. 1442. Physical Review 100, 1955, S. 463.
M. R. Schafroth, S. T. Butler, J. M. Blatt, Helvetica Physica Acta 30, 1957, S. 93.
John Blatt: "Theory of Superconductivity," Academic Press, New York, 1964.

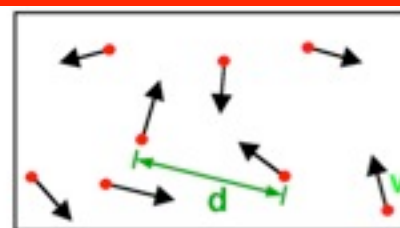
[85] R. Graham, F. Haake, Zeitschrift für Physik 211, 1968, S. 411.

Nach 70 Jahren experimenteller Nachweis

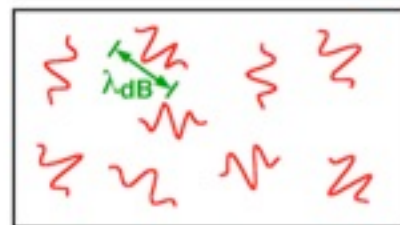
1995: Erste **Experimentelle Realisierung** der Bose-Einstein-Kondensation in einem ultrakalten Gas von Rubidium-Atomen. National Institute of Standards and Technology (NIST), University of Boulder, Colorado.

M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell:
“Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”.
Science 269, S. 198-201, Juli 1995.

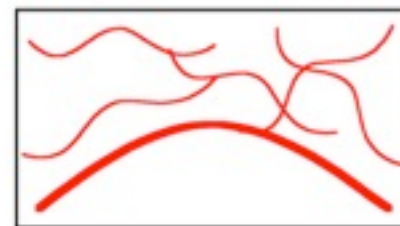
What is Bose-Einstein



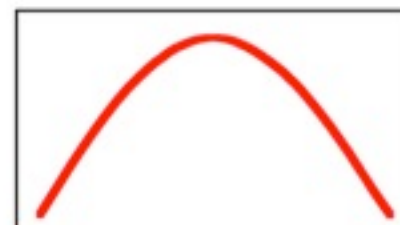
High
Temperature T :
thermal velocity v
density d^{-3}
"Billiard balls"



Low
Temperature T :
De Broglie wavelength
 $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$
"Wave packets"



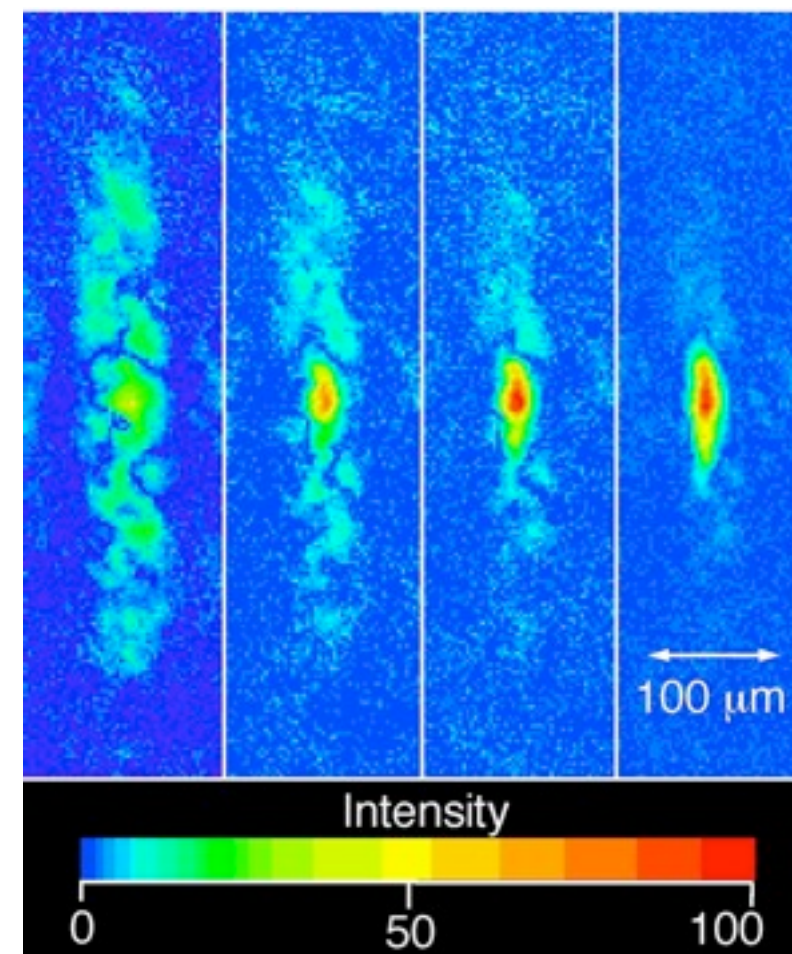
$T = T_{\text{crit}}$:
Bose-Einstein
Condensation
 $\lambda_{dB} \approx d$
"Matter wave overlap"

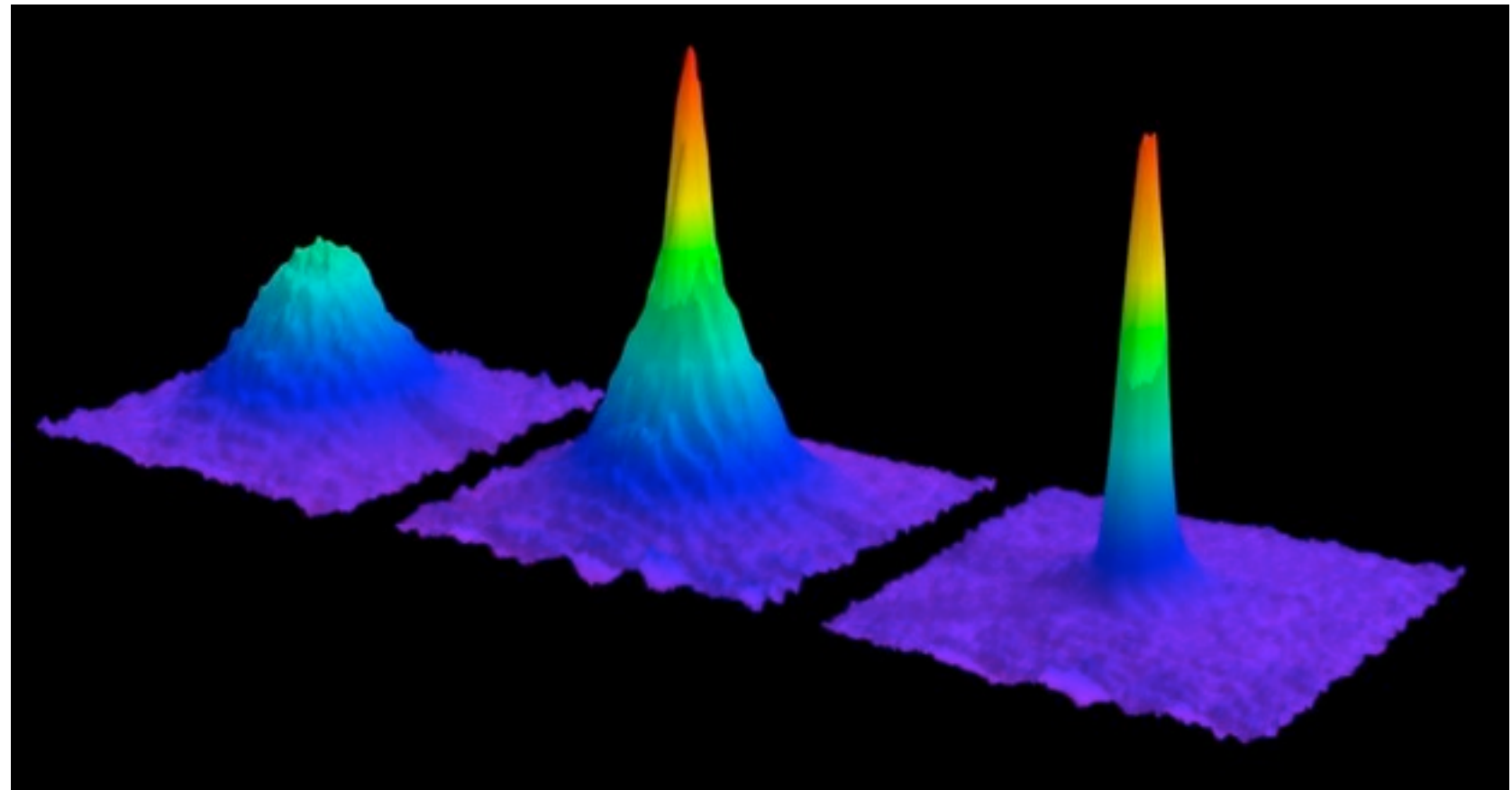


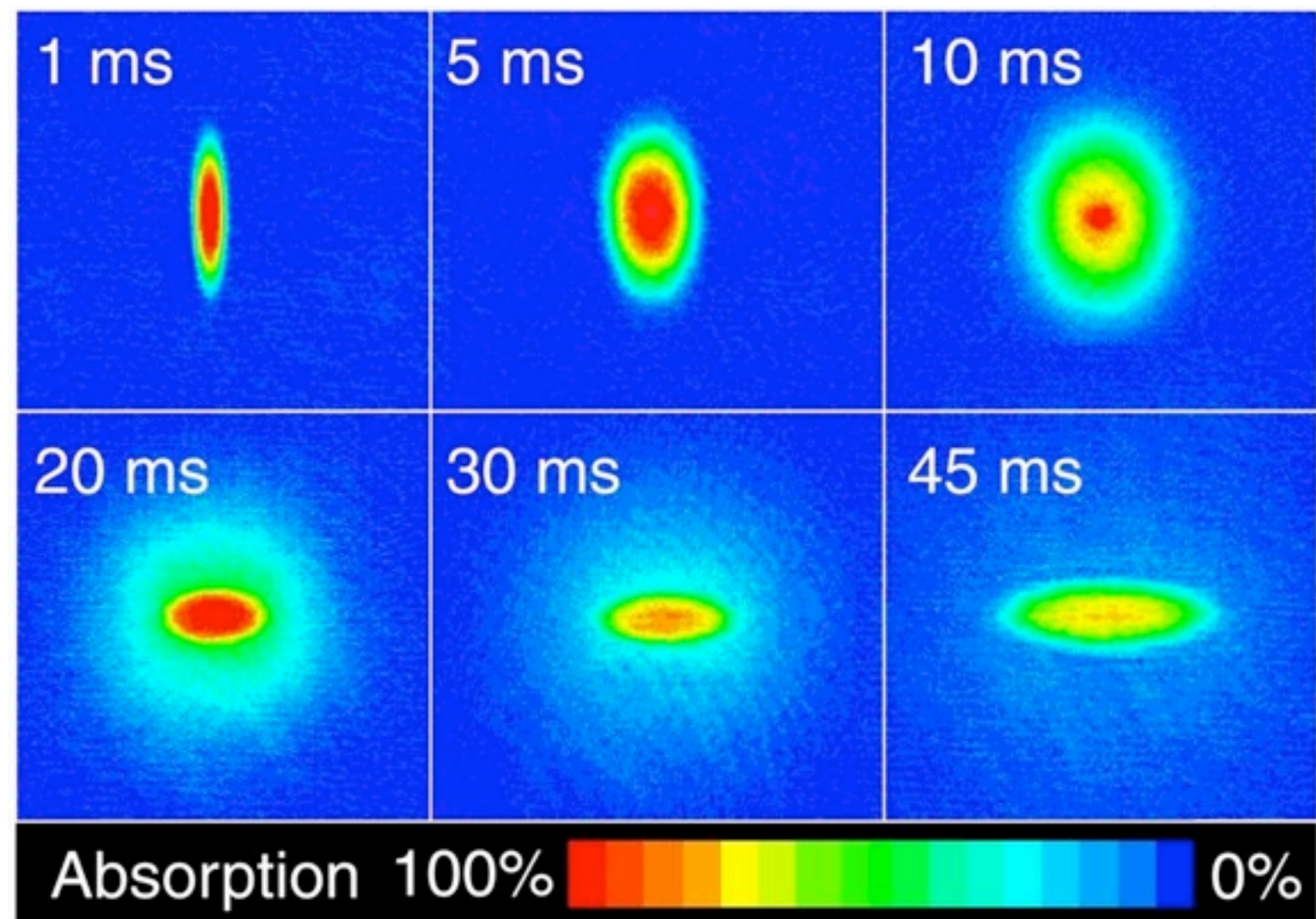
$T = 0$:
Pure Bose
condensate
"Giant matter wave"

http://cua.mit.edu/ketterle_group/ketterle.htm

Ein Bose-Einstein-Kondensat entwickelt sich







Frei existierendes Bose-Einstein-Kondensat

10.3 Photonenkondensation *(Ein fachphysikalischer, aber aufregender Exkurs! Für Spezialisten.)*

Photonen sind kein materieller Stoff. Freie Photonen bewegen sich immer mit Lichtgeschwindigkeit. Das gilt auch für die Photonen der Wärmestrahlung in einem elektromagnetischen Resonator. Sie werden, wie in einem Spiegelkabinett, an den Wänden hin und her reflektiert, sie bilden stehende Wellen.

Photonen haben Ruhemasse 0 und Spin (Helizität) 1. Für Photonen gilt die Bose-Statistik. Ist damit in einem idealen Photonengas eine Bose-Einstein-Kondensation möglich [86]? Dem steht ein konzeptionelles Problem entgegen. Nach Einstein bedeutet Bosonen-Kondensation, dass ein Anteil der Bosonen in den Zustand mit kinetischer Energie Null übergeht und so den tiefsten Energiezustand makroskopisch besetzt. Photonen, die keine Bewegungsenergie mehr haben, sind aber nicht vorstellbar. Ein ruhendes Photon müsste die Masse 0, und damit auch die Energie 0 haben. Damit wäre es nicht vorhanden. So scheint es, dass in einem idealen Photonengas ein Kondensat gar nicht existieren kann.

Zu diesem konzeptionellen Problem kommt noch ein mehr als formales Hindernis dazu: Die Plancksche Strahlungsformel beschreibt ein Photonengas im kanonischen Wärmegleichgewicht. Ein kanonisches Wärmegleichgewicht lässt nur eine einzige freie Variable zu. Auch das schließt eine Bose-Einstein-Kondensation aus.

[86] In einem Laser werden die Photonen „gepumpt“ und bilden kein ideales Quantengas. Nichtsdestotrotz lässt sich der Laser-Mechanismus als eine Bose-Einstein-Kondensation verstehen [85].

Eine mögliche Bose-Einstein-Kondensation in einem idealen Quantengas setzt ein großkanonisches Ensemble mit mindestens zwei frei einstellbaren Variablen voraus. Ein großkanonisches Ensemble mit unbestimmter Teilchenzahl ist mathematisch und physikalisch durchaus plausibel und "handwerklich" beherrschbar [87]. Ein Photonengas als großkanonisches Ensemble zu qualifizieren, setzt allerdings eine experimentell realisierbare Abweichung vom Planckschen Wärmegleichgewicht voraus.

Eine solche Abweichung vom Planckschen Wärmegleichgewicht eines Photonengases in einem elektromagnetischen Resonator lässt sich durch einen Photonenstrom erzeugen, der ein stationäres Fließgleichgewicht annimmt. Ein Photonenstrom mit geeignetem Frequenzspektrum und einer passend eingestellten Leistung wird in den Resonator eingestrahlt. Gleichzeitig wird die Wandtemperatur des Resonators auf einen geeigneten Wert gebracht, ggf. durch aktive Kühlung. Damit lassen sich die mittlere Energiedichte des Photonengases und die Temperatur, die es annimmt, fixieren. Es liegt eine Art Photonenstau vor. Die Mittelwerte zweier unabhängiger Variablen des Photonengases sind damit frei einstellbar. Die Voraussetzungen für ein großkanonisches ideales Bosonengas mit unbestimmter Teilchenzahl liegen vor.

[87] Einstein setzt bei seinem Kondensationsvorschlag ein Quantenensemble mit fester Teilchenzahl voraus.

Im folgenden erläutere ich ein subtiles mathematisches Detail, das für die Photonenkondensation entscheidend ist. Ein Photonengas in einem endlich großen Resonator hat einen tiefsten Energiezustand mit $E_1 > 0$. Für das chemische Potential μ^* , welches die stoffliche Qualität der Gas-Konstituenten energetisch charakterisiert, ist ein Wertebereich $\mu^* \leq E_1$ physikalisch plausibel. Doch empfiehlt es sich, aus formalen Gründen zu einem renormierten chemischen Potential μ überzugehen, das ausschließlich negative Werte annimmt und ggf. gegen den Grenzwert 0 strebt:

$$\mu = \mu^* - E_1 \leq 0$$

Die Energiedichte $u(T, \mu)$ eines dreidimensionalen großkanonischen Photonengases der Temperatur T mit einem renormierten chemischen Potential $\mu \leq 0$ in einem Volumen V ergibt sich wie folgt:

$$(45) \quad u(T, \mu) = V^{-1} E_1 / (\exp(-\mu/kT) - 1) + 3kT \cdot 16\pi (hc/kT)^{-3} g_4(\exp(-\mu/kT))$$

$\exp$ ist die Exponentialfunktion. Der zweite Summand der rechten Seite der Gleichung sind die Beiträge der angeregten Zustände des Photonengases; die Idealisierung eines unendlich großen Volumens ist hier bereits vorweggenommen. Dieser zweite Summand der rechten Seite in (45) wird für $\mu = 0$ maximal [88]. Dabei ist $g_{\ell}(1) = \zeta$ die Riemannsche Zetafunktion und $g_4(1) = \zeta(4)$. Dieser Zetafunktionswert lässt sich numerisch explizit angeben:

$$g_4(1) = \pi^4/90$$

Der Summand mit $g_4(l)$ ist die Energiedichte der schwarzen Strahlung, der Wärmestrahlung. Gleichzeitig wird er zur kritischen Größe für die Photonenkondensation:

$$u_{\text{krit}}(T, 0) = 3kT \cdot 16\pi (hc/kT)^{-3} g_4(l)$$

Wenn die Energiedichte des Photonengases, die sich auf einen Wert $\underline{u}$ frei einstellen lässt, über den Wert $u_{\text{krit}}(T, 0)$ steigt, also

$$u(T, \mu) = \underline{u} > u_{\text{krit}}(T, 0),$$

dann haben Photonen, die den Überschuss über die kritische Energiedichte bilden, keinen Platz mehr in der Gasphase. Dann steht ihnen nur der erste Summand auf der rechten Seite der Gleichung (45) zur Verfügung, der die Besetzung des Grundzustands des Photonenresonators angibt.

$$[88] \quad g_s(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^s}$$

Eine Umformung des Nenners des ersten Summanden auf der rechten Seite von (45) macht dies explizit. Wir entwickeln die Exponentialfunktion. Die höheren Potenzen von μ werden im Grenzübergang, auf den wir zugehen, keine Rolle spielen.

$$\begin{aligned} u(T, \mu) &= V^{-1} E_1 / (\exp(-\mu/kT) - 1) + u_{\text{krit}}(T, 0) \\ &= V^{-1} E_1 / (1 - (\mu/kT) + \dots - 1) + u_{\text{krit}}(T, 0) \\ &\approx V^{-1} E_1 / (-\mu kT) + u_{\text{krit}}(T, 0) \end{aligned}$$

Die den kritischen Wert übersteigende Exzessenergie des Photonengases wird das Verhalten des chemischen Potentials μ bestimmen. Die Temperatur sei fest eingestellt.

$$\underline{u} - u_{\text{krit}}(T, 0) \approx -\mu^{-1} V^{-1} E_1 \cdot (kT)^{-1}$$

Die Idealisierung eines Grenzübergangs zu einem unendlich großen Resonator soll sicherstellen, dass der Phasenübergang des Photonengases nicht von Merkmalen endlich großer, konkreter Resonatoren abhängt. Sei L eine typische Länge, die die Größe des Resonators charakterisiert (z. B. ein Durchmesser, oder eine Kantenlänge). Dann ist das Volumen proportional zu L^3 . Der Energiewert E_I ist proportional zu L^{-1} . Beim mathematischen Limes $L \rightarrow \infty$ muss der Ausdruck $\mu^{-1} V^{-1} E_I$ den gewünschten endlich großen Wert annehmen. Damit strebt das chemische Potential μ derart gegen Null, wie $V^{-1} E_I$ gegen Null strebt:

$$\mu^{-1} V^{-1} E_I = \text{konstant} \quad \Rightarrow \quad \mu \sim L^{-4}$$

Im Limes ist das chemische Potential eines überkritischen Photonengases Null. Die Energiedichte $\underline{u}$ des überkritischen Photonengases setzt sich aus der Energiedichte $u_{\text{krit}}(T, 0)$ der Gasphase und der makroskopischen Besetzung u_I des Grundzustands, der Kondensatphase, zusammen:

$$\underline{u} = u_I + u_{\text{krit}}(T, 0).$$

Das mathematisch Subtile am Unendlich-Volumen-Limes liegt am Unterschied zwischen gleichmäßiger Stetigkeit und punktwiser Stetigkeit der thermodynamischen Funktionen im kritischen Bereich. Für ein überkritisches Photonengas gilt die gleichmäßige Konvergenz des Unendlich-Volumen-Limes für die Energiedichtefunktion nicht. Dieser Fall wird in der einschlägigen Literatur übergangen. Zu einer vollständigen mathematischen Ableitung sei auf [89] hingewiesen.

Die vorstehende Ableitung erläutert den Beweis der Möglichkeit einer Bose-Einstein-Kondensation in einem großkanonischen Photonengas. Sobald die Energiedichte den kritischen Wert übersteigt, wird der Grundzustand des Resonators spontan besetzt. Das ist eine makroskopische Besetzung des Grundzustands, ähnlich wie beim Laser. Allerdings mit einem Unterschied: Beim Laser werden laseraktive Moleküle gepumpt. Der Grundzustand der Laserphotonen ist energetisch strikt positiv. Mit diesem Grundzustand korrespondiert ein strikt positives chemisches Potential, $\mu > 0$ [90]. Dagegen ist bei der Bose-Einstein-Kondensation in einem idealen großkanonischen Photonengas das chemische Potential $\mu = 0$.

- [89] Eberhard E. Müller: "Bose-Einstein Condensation in Dependence of the Mean Energy Density". Annals of Physics 184 (1988), S.219-230.
(Vollständigkeitshalber eine Korrektur: Gleichungen (27) und (40) in [89] müssen lauten: $\lim s^R(\beta, \mu_R(\beta, \underline{u})) = \frac{4}{3} k\beta u_e(\beta, \mu(\beta, \underline{u}))$, für $R \rightarrow \infty$. Das Kondensat trägt nicht zur Entropiedichte bei.)
- [90] P.T. Landsberg: "Photons at non-zero chemical potential". Journal of Physics C 14 (1981), L1025-L1027.
Eckehard Schöll, Peter T. Landsberg: "Nonequilibrium kinetics of coupled photons and electrons in two-level systems of laser type. Journal of the Optical Society of America 73 (1983), S. 1197 ff.

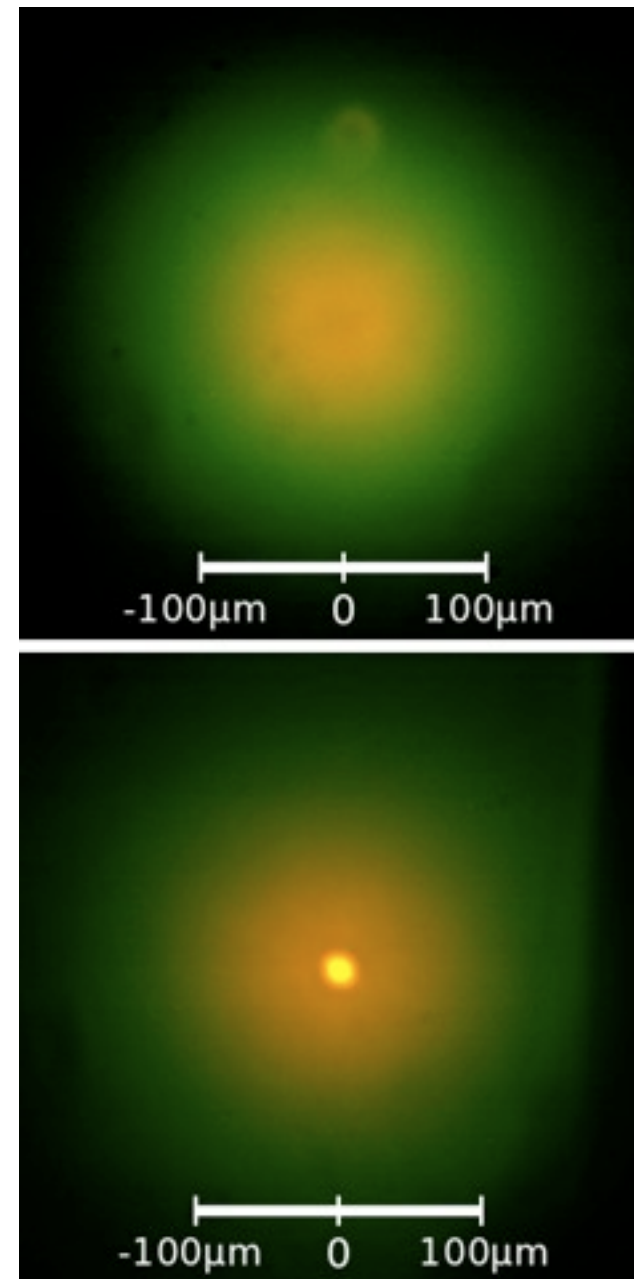
Der Forschungsgruppe um Martin Weitz am Physik-Institut der Universität Bonn ist 2010 eine Bose-Einstein-Kondensation von Photonen in einem optischen Mikroresonator gelungen [91]. In ihrem Experiment ist das Photonenkondensat sichtbar. Die Echtfarbenphotografie hier wurde u. a. in [92] publiziert (siehe auch [93]).

Das obere Bild zeigt das approximativ zweidimensionale Photonengas mit unterkritischer Photonenenergiedichte. Das untere Bild zeigt das System nach Überschreiten der kritischen Energiedichte-Schwelle. Der helle gelbe Fleck ist das Photonenkondensat. Die Farbe entspricht in diesem Experiment dem tiefsten erreichbaren Energiezustand des benutzten optischen Resonators.

[91] J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, M. Weitz: "Bose-Einstein Condensation of Photons in an optical microcavity". Nature 468 (2010), S. 545.

[92] Jan Klaers, Julian Schmitt, Tobias Damm, David Dung, Frank Vewinger und Martin Weitz: „Bose-Einstein-Kondensation von Photonen in einem optischen Mikroresonator“. In „Raum und Materie“, Proceedings zum Symposium des Promotionsschwerpunkts „Wechselwirkungen“ des Evangelischen Studienwerks Villigst (15.-18. Oktober 2012), Hg. Eberhard Müller, LIT Verlag, Berlin, 2015.

[93] Heinz Horeis: „Ein Tropfen Licht“, bild der wissenschaft 6/2011, S. 36-41.



Ein Tropfen Licht

Bonner Physiker lassen Photonen kondensieren

Wäre Martin Weitz ein Gelehrter im Märchen, er könnte Licht zu zauberhaften Stoffen weben und damit Prinzessinnen einkleiden. Im wirklichen Leben hat der Physikprofessor der Universität Bonn mit seinem Team es immerhin geschafft, dass Mitglieder seiner eigenen Zunft staunen: Er hat Lichtteilchen, sogenannte Photonen, zu einem Knäuel verdichtet und in einem sogenannten Bose-Einstein-Kondensat vereinigt.

Für diesen Zustand der Materie gab es 2001 einen Nobelpreis. Physiker hatten es geschafft, Gasatome so stark zu kühlen und so dicht zusammenzupferchen, dass sie ihre Individualität aufgeben und sich wie ein einziges großes Atom verhalten. Im Prinzip, dachten sich die Physiker, müsste das auch mit Lichtteilchen möglich sein, denn sie teilen die für eine völlige Vereinigung entscheidende Eigenschaft der Atome: Photonen sind als sogenannte Bosonen gesellig genug, ihre Individualität aufzugeben. Photonen lassen sich jedoch nicht abkühlen. Dazu müsste man sie bremsen, und wer das versucht, vernichtet sie. Lichtteilchen können nur bei Lichtgeschwindigkeit bestehen.

Die Bonner Physiker brauchten also einen Trick. Sie haben sich eine winzige, verspiegelte Kammer gebaut, die sie mit einem Farbstoff füllten. Diesen beleuch-

teten sie mit einem Laser, so dass der Farbstoff Photonen von Gelb über Grün bis Blau ausstrahlte. In der speziellen Geometrie der Kammer konnte sich ein einziger Farbton am besten ausbreiten, eine Art Sonnengelb. Alle Lichtteilchen mit höherer Energie (also grünem und blauem Licht) mussten nach Kollisionen mit den Spiegeln und dem Farbstoff auf die Randbereiche ausweichen.

Nach den Regeln der Quantenphysik ähnelt diese Auslese im Zentrum einem Abkühlen, auch wenn die ganze Apparatur bei Zimmertemperatur blieb. So sammelten sich die „gekühlten“ Photonen in der Mitte der Apparatur. Sie flogen relativ ungestört hin und her und als ihre Zahl etwa 63 000 erreichte, veränderte sich der Zustand: Die Lichtteilchen vollführten den erhofften Zusammenschluss (*Nature*, Bd. 468, S. 545, 2010). Auf einem Foto der Kammer bildete sich ein intensiver gelber Punkt in einer grünen Wolke. Dort hatten die Photonen ihre Individualität aufgegeben.

Das konzentrierte gelbe Licht war zudem rein und kohärent wie das eines Lasers. Die Physiker um Martin Weitz hoffen daher, dass sich nach dem Prinzip ihres Experiments Lichtquellen für kurzwellige Strahlen konstruieren lassen, was Laser bisher nur mit viel Aufwand schaffen. CHRISTOPHER SCHRADER

SZ v. 25.11.2010

Eine Bose-Einstein-Kondensation eines idealen großkanonischen Photonengases ist nicht nur in einem 3-dimensionalen Resonator möglich, sondern auch in einem 2-dimensionalen, was hier experimentell demonstriert wird. Die kritische Energiedichte ist dann die Energiedichte der schwarzen Strahlung eines 2-dimensionalen Resonators, die sich vom 3-dimensionalen Fall unterscheidet. Für ein nichtrelativistisches ideales Bosonengas ist eine Bose-Einstein-Kondensation in einem 2-dimensionalen Resonator ausgeschlossen. Im 3-dimensionalen Fall ist sie bekanntermaßen möglich. Siehe dazu [82].

Im Grundzustand eines Resonators ist die Amplitude der stehenden elektromagnetischen Welle im Zentrum am größten. Eine makroskopische Besetzung des Grundzustands verstärkt die Lokalisierung der elektromagnetischen Energie zum Zentrum hin. Die Photonenenergie im überkritischen Resonator verteilt sich um. Vorher war die ganze elektromagnetische Energie auf den gesamten Raum des Resonators verteilt. Mit dem Phasenübergang emergiert stationäre Energie in der Mitte des Resonators. Entsprechend der Einsteinschen Energie-Masse-Äquivalenz kommt ihr Masse zu. Da eine stationäre, in einem kleinen Teilbereich des Resonators lokalisierte Energie vorliegt, handelt es sich um eine Ruhemasse. Das ist das Kriterium für Materie.

Der stationäre lokalisierte Charakter des Photonenkondensats wird im Unendlich-Volumen-Limes besonders deutlich. In dieser Idealisierung wird von der Resonatorwand abstrahiert. Dann ist ausgeschlossen, das Kondensat in irgendeiner Weise als stehende Welle interpretieren zu können, die von mit Lichtgeschwindigkeit fliegenden hin- und her reflektierten Photonen ständig aufgebaut wird. Das mathematische Gegenstück zu diesem Argument ist die Tatsache, dass vor dem Limes das chemische Potential des Photonengases ungleich Null ist, während es im Limes Null wird. Die Energie der "Photonen" im Kondensat wird infinitesimal klein. Die Zahl der Photonen, die das Kondensat aufbauen, führen im Limes auf eine divergierende, unendlich große Photonenzahldichte [89]. Das ist in der Physik als Infrarotkatastrophe bekannt. Unendlich viele "Photonen" mit infinitesimal kleiner Photonenenergie bilden eine endlich große Kondensatenergie. Streng genommen ist nach dem Limes das Photonenkonzept auf das Photonenkondensat nicht mehr anwendbar. Etwas qualitativ Neues, etwas Materielles ist entstanden.

Peter T. Landsberg hatte bereits 1961 in seinem Buch "Thermodynamics" (Interscience, New York, S. 211) die Spekulation angestellt, Materie könnte als ein Photonenkondensat aufgefasst werden ("speculatively"). Einen Beweis für diese Vermutung hat er nicht vorgelegt. In seinem späteren Buch "Thermodynamics and statistical mechanics" (Oxford UP, 1978) ist diese Spekulation nicht enthalten. Landsberg hat sie aber aufrechterhalten (private Mitteilung, bei seiner Teilnahme am Symposium "100 Years of Quantum Theory", Oktober 2000, Schwerte.) Eine Photonenkondensation war lange Zeit kein Gegenstand im Diskurs der Physik. Einstein hat sich dazu nie geäußert; zu diesem Recherche-Ergebnis kommt Abraham Pais in [28].

Ausblick

Eine Bose-Einstein-Kondensation ist grundsätzlich in jedem großkanonischen idealen Gas von Bosonen mit Ruhemasse Null denkbar. Sie funktioniert für Nicht-Photonengase genauso wie bei der Photonenkondensation. Neben Photonen kommen Phononen und Gravitonen in Frage. Phononen sind die Quanten von Schallwellen. Gravitonen sind die Quanten des Gravitationswellenfeldes. Gravitonen haben Ruhemasse 0 und Spin 2, letzteres im Unterschied zu den Photonen mit Spin 1. Eine Galaxie lässt sich nun zum einen als Photonenresonator für elektromagnetische Wellen mit Wellenlängen bis zu Tausenden von Lichtjahren vorstellen. Hypothetisch könnte dann die dunkle Materie ein Photonenkondensat sein. Zum andern ließe sich eine Galaxie alternativ als Gravitonen-Resonator für Gravitationswellen mit Wellenlängen von ebenfalls bis zu Tausenden von Lichtjahren vorstellen. Hypothetisch wäre in diesem Fall ein Gravitonenkondensat die dunkle Materie. Welche Hypothese zutrifft, muss experimentell entschieden werden.

Herausstechende Merkmale der formalen Grundlagen der Quantentheorie

sind die **nichtkommutative Observablenalgebra** und das **Superpositionsprinzip** für die Zustandsfunktionen. Die Nichtkommutativität, wie wir sie bei der Heisenbergschen Vertauschungsrelation kennengelernt haben, verkörpert die quantenphysikalische Dialektik, die Quantenlogik. Bohr, Heisenberg, Pauli sprechen auch von Komplementarität. Das physikalisch qualitativ Neue gegenüber der klassischen Physik sind die **Quantenkorrelationen**.

Physikalisch beobachtbare Größen werden mathematisch durch selbstadjungierte Operatoren ausgedrückt. In einer abstrakten Observablenalgebra lassen sich durch Symmetrioperationen physikalische Strukturen implementieren. Beispielsweise können so die raumzeitlichen Symmetrieeigenschaften der speziellen Relativitätstheorie durch die erzeugenden Operatoren der Poincaré-Gruppe (Energieoperator, Impulsoperator, Drehimpulsoperator) eingeführt werden. Mittels einer sogenannten „Standarddarstellung“ lässt sich, ausgehend von der abstrakten Algebra, ein Hilbertraum und damit eine von Neumann-Algebra konstruieren.

Mit den Zustandsvektoren (oder Zustandsfunktionen, ψ -Funktion) des Hilbertraums lassen sich **Erwartungswerte der Observablen** bilden. Sie sind **Messwerte** der physikalischen Größen (Observablen), die in einem konkreten Zustand des betrachteten Quantensystems zu erwarten sind.

Die Wahrscheinlichkeitsinterpretation der ψ -Funktion ist logisch konsistent (und häufig hilfreich als Intuitionskrücke), jedoch nicht logisch zwingend. Sie gehört nicht zum Definitionsbestand des Hilbertraums. In der Wahrscheinlichkeitsinterpretation werden Erwartungswerte als Aufenthaltswahrscheinlichkeiten von Elektronen, Protonen, ... interpretiert.

Wird ein Teilchen durch ein Experiment räumlich lokalisiert, beispielsweise ein Photon auf einer Photoplatte, dann ist der „Aufschlagsort“ des Photons nicht prognostizierbar. Denn in diesem Fall ist der Impuls nicht bestimmt, so dass keine Bahn verfolgt werden kann. Räumlich betrachtet verhält sich ein einzelnes Photon zufällig. Dies zeigt, wie das a priori Festhalten am Raumbegriff den Zufall ins Spiel bringt.

II. Die Atombombe als ethische, politische und wissenschaftliche Herausforderung

Nachtrag, Ergänzung. Mit kleiner Materialsammlung.

Nachtrag, Ergänzung und Perspektivierung zum mißglückten Gespräch zwischen Bohr und Heisenberg im September 1941 in Kopenhagen (siehe S. 195-197). Möglicherweise die letzte Chance, die Entwicklung einer Atombombe zu vermeiden?

Zur Diskussion ergänzende Literaturangaben, siehe unten.

[94] Hinweis von Moritz Köllner:

http://www.zeit.de/wissen/geschichte/2016-12/ns-zeit-adolf-hitler-atombombe-entwicklung-werner-heisenberg-kernphysik?utm_content=zeitde_redpost_zon_link_sf&utm_campaign=ref&utm_source=facebook_zonaudev_int&utm_term=facebook_zonaudev_int&utm_medium=sm&wt_zmc=sm.int.zonaudev.facebook.ref.zeitde.redpost_zon.link.sf

[95] Michael Schaaf: „Heisenberg, Hitler und die Bombe. Gespräche mit Zeitzeugen“. Verlag für Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik. Berlin, Diepholz, 2001.

[96] Helmut Rechenberg: „Farm-Hall-Berichte. Die abgehörten Gespräche der 1945/46 in England internierten deutschen Atomwissenschaftler.“ S. Hirzel. Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft Stuttgart, 1994.

[97] Heinar Kipphardt: „In der Sache J. Robert Oppenheimer“. Bange Verlag, Hollfeld / Ofr., 1982.

War der von Werner Heisenberg geleitete „Uranverein“ unfähig, eine Atombombe zu entwickeln, wie dies von einer Reihe angelsächsischer Atomwissenschaftler dargestellt wird? Im Gegensatz zu den in den USA und in England tätigen Physikern? Gab es unter den deutschen Physikern ethische Skrupel, für Hitler eine Atombombe zu bauen? War es unmöglich, unter den Kriegsbedingungen in Deutschland die Bombe zu bauen?

Samuel A. Goudsmit war wissenschaftlicher Leiter der Alsos-Gruppe, die zugleich dem Manhattan-Projekt und dem US-Geheimdienst unterstand. Sie sollte die deutschen Kernphysiker festnehmen und ihre Anlagen und Unterlagen beschlagnehmen. Nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs schreibt Goudsmit, nachdem er die Protokolle der in Farm Hall internierten abgehörten deutschen Physiker ausgewertet hatte (zitiert in [98], S. 112; Quelle: [99]):

[98] Atom-Museum Haigerloch. Geschichte deutscher Atomforschung. Der erste Atommeiler. Originalberichte der Wissenschaftler. Stadtverwaltung Haigerloch, 2. Auflage 1990.

[99] Samuel A. Goudsmit: „Alsos“. Henry Schumann Verlag, New York, 1947.

„Heisenberg brauchte einen vollen Tag nach der Ankündigung von Hiroshima, um zu verstehen, wie er und seine Kollegen vollständig das Prinzip der Atombombe verfehlt hatten. Erst dann verstand er endlich, daß wir den Uranpile [Uranmeiler] lediglich zur Produktion des Materials Plutonium gebraucht hatten und aus dieser neuen Substanz die Bombe gemacht hatten. Es war nie beabsichtigt, den Pile selbst als Bombe zu benutzen.

Heisenberg rief seine Kollegen zusammen und erläuterte ihnen den Zusammenhang. Sie waren erstaunt und niedergeschlagen. Es war alles so einfach; wie konnte man das übersehen und wie könnte man solch einen Schlag gegen das deutsche wissenschaftliche Prestige überleben?

...

Dann hatten einige der jüngeren Leute die gute Idee, wie man ihr Versagen erklären könnte. Sie würden dieses Versagen zu ihrem Vorteil darstellen dadurch, daß sie leugneten, daß sie je eine Bombe versucht hätten. Nur wenige geheime Berichte hatten ja das Wort erwähnt. Sie würden herausstellen, daß sie nur an der Uranmaschine gearbeitet hätten und vergessen, daß diese direkt zu einer Bombe führen würde. Sie würden der Welt erzählen, daß die deutsche Wissenschaft nie, nie zugestimmt hätte, an einem so schrecklichen Ding wie der Bombe zu arbeiten.

Das also war nun das Thema für die deutsche Wissenschaft: ‚Deutschland arbeitete nur am Uranproblem für friedliche Zwecke; die Alliierten aber mit der Absicht für Zerstörung‘. Es war deshalb keine Überraschung, zumindest nicht für die Mitglieder der Alsos-Mission, als fast zwei Jahre nach Hiroshima Heisenberg zu einem Reporter der Associated Press sagte: ‚Deutschlands Uranpile, welchen ich versucht habe zu bauen, zur Erzeugung von Energie und nicht für Bomben ... Wie die Welt jetzt weiß, der Sprengstoff, Plutonium, wird in solch einem Uranpile produziert‘.

Heisenbergs Feststellung ist ein schönes Beispiel für den Gebrauch von Halbwahrheiten. Es ist wahr, daß die deutschen Wissenschaftler an einer Uranmaschine gearbeitet haben und nicht an der Bombe, aber es ist nur wahr, weil sie den Unterschied zwischen einer Maschine und einer Bombe nicht verstanden. Die Bombe ist es, was sie gesucht haben. Und was die ganze Welt jetzt weiß über Plutonium, wußten die deutschen Wissenschaftler nicht, bis es ihnen nach Hiroshima erzählt wurde.“

Rechenberg stellt in den von ihm herausgegebenen „Farm-Hall-Berichte“ dazu fest ([96], S. 40):

„Goudsmits Meinung beeinflusste wesentlich fast alle angelsächsischen Darstellungen der Ereignisse; sie geisterte seither auch durch die internationale und deutsche Presse. Ein genaues Studium der Farm-Hill-Berichte FH4 und FH5 zeigt aber, daß von einer besonderen Überheblichkeit der Gefangenen kaum die Rede sein kann, obwohl sie natürlich gewisse Hoffnungen bezüglich des Wertes ihrer eigenen Kenntnisse und Arbeiten gehegt hatten. ...“

Im Gespräch nach den 21-Uhr BBC-Nachrichten am 6. August 1945 mit der Meldung über die Hiroshima-Bombe äußerte selbst Otto Hahn in einer spontanen Reaktion in der Runde der internierten deutschen Atomphysiker: „Falls die Amerikaner eine Uranbombe haben, seid Ihr alle zweitklassig. Armer Heisenberg!“. [96, S. 42/43]

Heisenberg hatte 1939 Goudsmit als Kollege und Freund in den USA besucht. Eine Fotografie mit beiden stand auf Heisenbergs Schreibtisch in Hechingen, als der Alsos-Trupp Ende April 1945 die aus Berlin ausgelagerten Kaiser-Wilhelm-Institute für Physik und für Chemie in Hechingen und Tailfingen besetzte. Als Gefangener traf Heisenberg Goudsmit beim Verhör am 9. Mai 1945 in Heidelberg. Beim jetzigen Urteil Goudsmits über Heisenberg und über die deutschen Atomwissenschaftler spielt mit Sicherheit eine große Rolle, dass genau zu dieser Zeit Goudsmit die Nachricht erhielt, dass seine Eltern in Auschwitz vergast worden waren.

In Los Alamos war die Vorstellung einer Atombombe Hitlers die entscheidende Motivation zur Entwicklung der US-Bombe. Die amerikanischen und englischen Wissenschaftler, zusammen mit den aus Deutschland geflüchteten, bauten die Bombe. Und jetzt war sie in der Welt. Nun wollten sie sich nicht eingestehen, dass ihre Motivation keine Basis mehr hatte. Heisenberg und seine Kollegen hatten an einem Uranreaktor geforscht. Am Ende hatte Heisenberg es geschafft, dass im Zweiten Weltkrieg in Deutschland keine Atombombe entwickelt und gebaut wurde. Beim Urteil der angelsächsischen Wissenschaftler über ihre deutschen Kollegen werden jetzt mit Sicherheit psychologische Verdrängung und Projektion mit einfließen.

Die Sitzung am 4. Juni 1942 im Harnackhaus in Berlin, dem Zentrum der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft, an der Heisenberg, Rüstungsminister Albert Speer, weitere Vertreter der Rüstung und der Wissenschaft teilnahmen (siehe S. 195), war für das deutsche Uranprojekt entscheidend. Hier Auszüge aus den „Erinnerungen“ Speers (Ullstein-Verlag, Berlin, 1969), zitiert in [98,] S. 88 ff.):

„Nach einigen Experimental-Vorträgen über verschiedene Forschungsgebiete berichtete Heisenberg ‚über Atomzertrümmerung und die Entwicklung der Uranmaschine und des Zyklotrons‘. Heisenberg klagte über die Vernachlässigung der Kernforschung durch das zuständige Erziehungsministerium, über den Mangel an Geldmitteln und Materialien und wies darauf hin, daß durch Einziehung wissenschaftlicher Hilfskräfte zum Wehrdienst die deutsche Wissenschaft auf einem Gebiet zurückgefallen sei, das sie noch vor einigen Jahren beherrscht habe: Auszüge aus amerikanischen Fachzeitschriften ließen vermuten, daß dort für die Kernforschung technische und finanzielle Mittel überaus reichlich zur Verfügung stünden. Amerika würde daher voraussichtlich bereits jetzt einen Vorsprung haben, der bei den umwälzenden Möglichkeiten der Kernspaltung außerordentlich folgenreich werden könne.

Nach dem Vortrag fragte ich Heisenberg, wie die Kernphysik zur Herstellung von Atombomben anzuwenden sei. Seine Reaktion war keineswegs ermutigend. Zwar erklärte er, daß die wissenschaftliche Lösung gefunden sei und dem Bau einer Bombe theoretisch nichts im Wege stünde. Die produktionstechnischen Voraussetzungen dagegen wären frühestens in zwei Jahren zu erwarten, sofern von nun an jede verlangte Unterstützung geleistet würde. Die lange Dauer wurde von Heisenberg unter anderem damit begründet, daß in Europa nur ein einziges Zyklotron mit überdies minimaler Leistung in Paris zur Verfügung stehe, das zudem wegen der Geheimhaltung nur unvollkommen genutzt werden könne. Ich schlug vor, mit den mir als Rüstungsminister zu Gebote stehenden Machtmitteln ebenso große oder größere Zyklotrone zu bauen, wie in den Vereinigten Staaten; doch hielt Heisenberg mir entgegen, daß wir aus Mangel an Erfahrung zunächst nur einen relativ kleinen Typ bauen könnten.

Immerhin sagte Generaloberst Fromm die Freistellung einiger Hundert wissenschaftlicher Mitarbeiter zu, während ich selber die Forscher aufforderte, mir die Maßnahmen, die Geldsumme und die Materialien zu nennen, die notwendig seien, um die Kernforschung zu fördern. Wenige Wochen später wurden einige Hunderttausend Mark beantragt und Stahl, Nickel, und andere kontingentierte Metalle in unbedeutenden Größenordnungen angefordert; notwendig sei auch der Bau eines Bunkers, die Aufstellung einiger Baracken sowie die Entscheidung, alle Versuchsanordnungen und das bereits im Bau befindliche erste deutsche Zyklotron in die höchste Dringlichkeit einzustufen. Eher befremdet über die

Geringfügigkeit der Forderungen in einer so entscheidend wichtigen Angelegenheit, erhöhte ich die Geldsumme auf ein bis zwei Millionen und sagte entsprechende Materialmengen zu. Mehr jedoch konnte augenscheinlich zunächst nicht verarbeitet werden, und jedenfalls gewann ich den Eindruck, daß die Atombombe für den voraussichtlichen Verlauf des Krieges nicht mehr von Bedeutung sein werde.

Ich kannte Hitlers Neigung, phantastische Projekte mit unsinnigen Forderungen vorwärtszutreiben, so daß ich ihn am 23. Juni 1942 nur sehr kurz über die Kernspaltungskonferenz und unsere Unterstützungsmaßnahmen unterrichtete. Eingehendere und optimistischere Berichte erhielt Hitler über seinen Fotografen Heinrich Hofmann, der mit dem Reichspostminister Ohnesorge befreundet war, sowie wahrscheinlich auch über Goebbels. Ohnesorge interessierte sich für die Kernspaltung und unterhielt - genau wie die SS - einen selbständigen Forschungsapparat unter der Leitung des jungen Physikers Manfred von Ardenne. ...

... In den zweitausendzweihundert erhaltenen Punkten meiner Besprechungen mit Hitler taucht nur ein einziges Mal die Kernspaltung, noch dazu in lakonischer Kürze auf. Zwar beschäftigte er sich mitunter mit deren Aussichten, doch haben ihn meine Informationen über das Gespräch mit den Physikern in der Auffassung bestärkt, die Angelegenheit nicht intensiver zu verfolgen ...“

Demgegenüber wurde in den USA und in Großbritannien fast im gleichen Zeitraum 1942 das Manhattan-Projekt zum Bau der Atombombe durch Roosevelt entschieden und gleichzeitig mit Churchill abgestimmt [57].

Zur Rolle Heisenbergs in der Uranforschung Deutschlands während des Zweiten Weltkriegs ist ein Interview mit Edward Teller am 19. April 1995 in Frankfurt am Main aufschlussreich ([95], S. 114/115, S. 144). Teller:

„ ... Ich glaube, und ich glaube es auch in einer begründeten Weise, daß Heisenberg die Bombe nicht nur opponiert hat, daß er auch wirklich sabotierte.

... [Die deutschen in Farm Hall internierten Physiker] wurden abgehört. Diese Gespräche sind jetzt publiziert, auch auf Deutsch. Ich habe alles genau gelesen. Als diesen deutschen Physikern Hiroshima mitgeteilt wurde, haben sie es nicht geglaubt. Nach einigen Stunden rief Heisenberg die Gruppe zusammen, und er sagte: ‚Ja, es war eine Atombombe, und sie hat auf diese Weise funktioniert.‘ Und das war falsch! Ich bin selbst darauf [herein-]gefallen. Heisenberg hat einen Fehler gemacht! Und ich habe den selben Fehler gemacht, einige Jahre bevor die Atombombe explodierte. Es war ein natürlicher Fehler. Wir haben daran gearbeitet und den Fehler in mehreren Wochen aufgeklärt. Heisenberg war ein stolzer Physiker. Er hätte seinen Kollegen bewußt nie etwas Falsches über die Physik gesagt. Das ist eine Absurdität.

Heisenbergs Aussage zeigt, daß er über die Atombombe niemals ernstlich nachgedacht hat. Als er mit der Tatsache konfrontiert wurde, benahm er sich wie ein natürlicher Anfänger. Ich glaube, da gibt es keine andere Erklärung. Es ist nicht nur wahr, daß Heisenberg nicht erfolgreich sein wollte, er hat auch die wesentlichen Fragen praktisch nicht angeschnitten. Und ich kann sein Benehmen nicht anders ausdrücken.

Nun möchte ich noch eines sagen. Wenn ich daran denke, dann fühle ich - glaube ich - daß es in Heisenbergs Charakter lag, das niemals zu tun. Während des Krieges war der Umstand, daß er daran wirklich nicht dran war, ein tödliches Geheimnis, das er keinem mitteilen konnte, ohne sich selber und die anderen zu gefährden. Als der Krieg aus war, dann kam: ‚Ich habe daran nicht wirklich gearbeitet.‘ Das ist wiederum nicht alles, was Heisenberg zugegeben hätte.

Ein ausgezeichnete Mann, der aus Überzeugung den Nazis einfach nicht dienen wollte oder konnte, mußte es als einzelner Mann im vollen Geheimnis tun, und das, glaube ich, hat er in Wirklichkeit gedacht.“

Der Kernphysiker Manfred Popp, 1991-2006 Vorstandsvorsitzender des Forschungszentrums Karlsruhe, beschäftigt sich kritisch mit den wichtigsten vorgebrachten Argumenten zur Rolle Heisenbergs während seiner Mitarbeit am deutschen Uranprojekt im Zweiten Weltkrieg und kommt zum Schluss [94]:

„Eine Woche später [nach dem Vortrag in Farm Hall unmittelbar nach der Meldung über die Hiroshima-Bombe] hält Heisenberg einen eindrucksvollen Seminarvortrag über die Physik der Bombe. Er hatte erstaunliche Fortschritte gemacht und viele wesentliche Aspekte richtig erkannt. ...

Die Farm-Hall-Protokolle untermauern das Ergebnis der Analyse der Dokumente: Den Mitgliedern des Uranvereins war die Funktionsweise einer nuklearen Explosion fremd. Heisenbergs Anfängerfehler belegen, dass er sie nie durchgerechnet hatte! Sein Seminarvortrag wiederum zeigt, dass ihm eine Woche genügte, um ein Grundverständnis der Physik der Bombe zu erlangen. Das ist der Gegenbeweis sowohl zu Roses Behauptung [Paul Lawrence Rose, Professor für Jüdische Studien und Europäische Geschichte, Pennsylvania State University], er sei dazu nicht fähig gewesen, wie auch zu Powers Theorie [Thomas Powers, Journalist, Schriftsteller, Pulitzer-Preis-Träger], er habe es schon früher gewusst. Nach dieser Feststellung drängt sich allerdings der Umkehrschluss auf, den keiner der Historiker gezogen hat: Offenbar hat Heisenberg während des Kriegs nicht einmal eine Woche lang ernsthaft über die Physik der Bombe nachgedacht.“

Ein kleiner Teil der deutschen Kernphysiker wurde am Kriegsende aus der sowjetischen Besatzungszone in die Sowjetunion gebracht. Dazu gehörte Manfred v.Ardenne (seit 1928 selbständig, Privatlaboratorium in Berlin-Lichterfelde, 600 Patente, 1931 vollelektronisches Fernsehen, 1937 Rasterelektronenmikroskop). Aus einem Gespräch mit Manfred v.Ardenne am 11. Oktober 1996 in Dresden [95]:

„Bei Kriegsende waren wir ein fertig funktionierendes Institut auf einem wichtigen Gebiet. Das führte dann zu der ‚Einladung‘ (Internierung) der sowjetischen Regierung, dort in Rußland ein physikalisches Institut aufzubauen, zu managen und zu leiten. Zunächst war mir gesagt worden, ich könnte auf den alten Gebieten weitermachen (der Isotopenmethode, aber vor allem auch der Elektronenmikroskopie). Dann kam der Abwurf der Hiroshima-Bombe. Wenige Tage danach wurde ich zu einer Sitzung bei Marschall Berija gerufen, dem zweiten Mann nach Stalin. Er war eine verbrecherische Natur, aber was half es, man war ihm ausgeliefert.“

„Berija eröffnete das Gespräch mit: ‚Wir möchten, dass sie in diesem Institut die Atombombe bauen!‘ Das war mir völlig klar, [doch] wir hatten uns schon in der Hitlerzeit von diesem Thema distanziert und deswegen machte ich ihm einen Gegenvorschlag. Ich hatte nur zehn Sekunden Zeit zu überlegen. Ich sagte, daß es doch eigentlich richtiger wäre, wenn wir deutsche Spezialisten (mit mir waren ja auch meine Mitarbeiter verbunden) das Verfahren zur industriellen Herstellung des Kernspaltstoffs entwickeln. Und das sei doch eigentlich schwieriger als die Atombombe selber. Ich schlug ihm vor, daß die berühmten sowjetischen Physiker (unter anderem Kurtschatow), die mit der Sitzung dabei waren, die große Tat für ihre Heimat machten und wir nur die Zubringersachen (Spaltstoffe). Dann ging der Marschall raus, kam zurück und sagte: ‚Ihr Vorschlag ist gut. Wir machen es so.“ ([95], S. 24.)

Der erste sowjetische Atomtest erfolgte am 29. August 1949. - Bis zu diesem Zeitpunkt hatten die USA bereits 133 Atombomben produziert (siehe wikipedia.org/wiki/Curtis_E._LeMay).

v.Ardenne: „ ... Wir waren dann erfolgreich, und 1949 war die sowjetische Atombombe da. Wir arbeiteten ohne Bedenken an dieser Aufgabe, weil uns von vornherein klar war (jedenfalls mir und meinen Freunden), daß nur das atomare Gleichgewicht den nuklearen Weltfrieden erhält. ... Ich habe dann später meinen Vetter Graf Baudissin gefragt: ‚Habe ich eigentlich richtig gehandelt, daß ich den Russen half, die Atombombe zu beschleunigen?‘ Da sagte er ‚Ja, das war unbedingt richtig, denn letztlich hat das atomare Gleichgewicht den nuklearen Frieden bis zum heutigen Tag erhalten‘.“ ([95], S. 25.)

(Wolf Graf von Baudissin, Generalleutnant, war Mitbegründer des Konzepts der Inneren Führung der Bundeswehr, des Konzepts eines Staatsbürgers in Uniform. Eine Raison d'être, deutsche Streitkräfte nach dem Zweiten Weltkrieg überhaupt in Betracht zu ziehen. Von Baudissin war 1971 Gründungsdirektor des Hamburger Instituts für Friedensforschung.)

Bereits unmittelbar nach der Entdeckung der Kernspaltung durch Hahn und Straßmann (publiziert Anfang Januar 1939) sprechen Carl Friedrich von Weizsäcker und Georg Picht (der ein bedeutender Philosoph wurde) über die Bedeutung und Folgen einer Atombombe ([95], S. 120).

v. Weizsäcker: „... Ich hatte also kapiert - und zwar auf einer kleinen internen Seminarsitzung bei Hahn, die wahrscheinlich im Februar [1939] gewesen ist - daß Joliot in der Tat Sekundärneutronen gefunden hatte, und zwar so viele, daß eine Kettenreaktion möglich wäre. Damit war jedem Kernphysiker, der so etwas hörte, klar, daß möglicherweise Bomben entstehen würden.

Ich bin noch am selben Abend zu meinem Freund Georg Picht gegangen (Philosoph, ein Jahr jünger als ich; er war also 25 und ich war 26) und habe ihm das erzählt. Und zwar meine ich mich zu erinnern, daß ich gesagt habe: ‚Ich habe heute bei Hahn gelernt, daß man möglicherweise eine Bombe bauen kann, von der ein einziges Exemplar genügen würde, um ganz London zu zerstören. Was machen wir jetzt?‘

Dann haben wir darüber die halbe Nacht lang geredet und haben drei Konsequenzen gezogen. Erste Konsequenz: Wenn Atombomben möglich sind, wird es - so wie die Menschheit heute beschaffen ist - jemanden geben, der sie baut.

Zweitens: Wenn Atombomben gebaut sind, wird es - so wie die Menschheit heute beschaffen ist - jemanden geben, der sie militärisch verwendet.

*Drittens: Wenn das so ist, dann hat die Menschheit nur die Wahl, entweder sich selbst zugrunde zu richten oder den **Krieg als Institution abzuschaffen** [Hervorhebung E. M.]. ...“*

12. Interdisziplinäre Perspektiven

12.1 Der Pauli-Jung-Dialog [8], [100], [101]

Paulis Sicht auf Grundbegriffe C. G. Jungs (1875-1961)

Freud, „erster Entdecker und Erforscher des „Unterbewußten“, wollte es ursprünglich zurückführen auf aus dem Bewußtsein Verdrängtes, so dass dieses Unterbewußte durch Aufheben der Verdrängung wieder beseitigt werden kann.

Das „Unterbewußte“ erwies sich bald als von verwickelterer Struktur als ursprünglich angenommen wurde. Insbesondere führte *Jung* den Nachweis, daß es nur zum kleinen Teil aus Verdrängtem, zu einem wesentlichen Teil jedoch aus archaischen, kollektiven Inhalten besteht, die vorher niemals im Bewußtsein waren und eben die Autonomie und Eigengesetzlichkeit des „**Unbewußten**“ bedingen, wie es, zur älteren Terminologie der Philosophen zurückkehrend, nun wieder genannt wurde“ ([100], S. 114).

[100] Wolfgang Pauli: „Naturwissenschaftliche und erkenntnistheoretische Aspekte der Ideen vom Unbewußten“. In Wolfgang Pauli, „Physik und Erkenntnis“, Friedrich Vieweg & Sohn, Verlag, Braunschweig, 1984, S. 113-128. Zum 80. Geburtstag von C. G. Jung.

[101] Wolfgang Pauli und C. G. Jung, Ein Briefwechsel, 1932-1958, Hg. C.A. Meier, unter Mitarbeit von C. P. Enz und Markus Fierz. Springer-Verlag, Berlin, 1992.

Bei der Suche nach einer Struktur des Unbewussten spielt im Pauli-Jung-Dialog der Begriff der **„Archetypen“** eine prägende Rolle. Pauli stellt die Entwicklung, Benutzung und Veränderung dieses Begriffs bei Jung vor und zitiert ihn ([100], S. 119-121):

1921:

Das urtümliche Bild, das ich andernorts auch als „Archetypus“ bezeichnet habe, ist immer kollektiv, das heißt es ist mindestens ganzen Völkern oder Zeiten gemeinsam ...

Das urtümliche Bild ist ein mnememischer [Gedächtnis, sowohl vererbt als auch erworben, auch „Leibesgedächtnis“] Niederschlag, ein Engramm (Semon), das durch Verdichtung unzähliger, einander ähnlicher Vorgänge entstanden ist. Das urtümliche Bild ist Vorstufe der Idee, es ist ihr Mutterboden.

1928:

Archetypen sind typische Formen des Auffassens, und überall, wo es sich um gleichmäßige und regelmäßig wiederkehrende Auffassungen handelt, handelt es sich um einen Archetypus, gleichviel ob dessen mythologischer Charakter erkannt wird oder nicht.

1940:

... Sogar Träume sind zu einem sehr hohen Grade aus kollektivem Material gemacht, ebenso wie in der Mythologie und im Folklore verschiedener Völker gewisse Motive sich in fast identischer Form wiederholen. Ich habe diese Motive Archetypen genannt und verstehe darunter Formen oder Bilder kollektiver Natur, welche ungefähr auf der ganzen Erde als Konstituenten der Mythen und gleichzeitig als autochtone, individuelle Produkte unbewußten Ursprungs vorkommen. Die archetypischen Motive stammen wahrscheinlich aus jenen Prägungen des menschlichen Geistes, die nicht nur durch Tradition und Migration, sondern auch durch Vererbung überliefert werden. Die letztere Hypothese ist unerläßlich, da sogar komplizierte archetypische Bilder ohne jede Möglichkeit direkter Tradition spontan reproduziert werden können.

...

daß eine bestimmte unbewußte Bedingung als ein vererbtes Apriori vorhanden ist. Mit einer solchen Annahme meine ich natürlich nicht eine Vererbung von Vorstellungen, welche schwer, wenn nicht unmöglich zu beweisen wäre. Ich vermute eher, daß die vererbte Eigenschaft so etwas sei wie die formale Möglichkeit, dieselben oder wenigstens ähnliche Ideen wieder hervorzubringen. Ich habe die Möglichkeit „Archetypus“ genannt. Ich verstehe unter Archetypus demnach eine strukturelle Eigenschaft oder Bedingung, welche der mit dem Gehirn irgendwie verbundenen Psyche eigentümlich ist.

1946:

*Man muß sich stets bewußt bleiben, daß das, was wir mit „Archetypus“ meinen, an sich **unanschaulich** ist, aber Wirkungen hat, welche Veranschaulichungen, nämlich die archetypischen Vorstellungen, ermöglichen.*

*nicht nur Bild, sondern zugleich auch **Dynamis**, welch letztere in der Numinosität [Erhabenheit], der faszinierenden Kraft des archetypischen Bildes sich kundgibt.*

*... aus der Empirie abgeleitete Postulate , ..., deren Inhalte, wenn überhaupt solche vorhanden sind, nicht vorgestellt werden können. **Archetypen erscheinen erst in der Beobachtung** und Erfahrung, nämlich dadurch, daß sie **Vorstellungen anordnen**, was jeweils unbewußt geschieht und darum immer erst nachträglich erkannt wird.*

1951:

Archetypus ... Gestalt des menschlichen Instinktes.

1954:

„Archetypus“ ist eine erklärende Umschreibung des platonischen εἶδος [Idee].

Als Beispiel nennt Pauli den Begriff der Archetypen bei Kepler, der sie für mathematische Ideen benutzt ([100], S. 122). Für Kepler ist die Geometrie ein Archetypus der Schönheit der Welt. Dieser Archetypus widerspiegelt sich in Proportionen und Harmonien. In der Evolution zitiert Pauli Jungs Auffassung, dass die Archetypen ein hereditärer Niederschlag der Ahnenreihe seien.

Pauli weist auf „Korrespondenzen“ zwischen wissenschaftlichen Disziplinen hin ([100], S. 125):
„komplementäre Gegensatzpaare“ und „Ganzheit“ treten sowohl in der Physik als auch in den Ideen vom Unbewußten unabhängig auf. Das „Unbewußte“ selbst hat eine gewisse Analogie zu „Feld“ in der Physik und beide werden durch ein Beobachtungsproblem wesentlich ins Unanschauliche und Paradoxe gerückt. In der Physik ist zwar nicht die Rede von sich reproduzierenden „Archetypen“, sondern von „statistischen Naturgesetzen mit primären Wahrscheinlichkeiten“, aber beide Formulierungen treffen sich in der Tendenz, die alte engere Idee von „Kausalität (Determinismus)“ zu einer allgemeineren Form von „Zusammenhängen“ in der Natur zu erweitern, worauf auch das psychophysische Problem hinweist.

Diese Betrachtungsweise läßt mich erwarten, daß sich die Ideen vom Unbewußten nicht im engen Rahmen ihrer therapeutischen Anwendungen weiterentwickeln werden, sondern daß ihr Anschluss an den allgemeinen Strom der Naturwissenschaft der Lebenserscheinungen für sie entscheidend ist.

Wilhelm Just, Psychoanalytiker der Jungschen Schule, skizziert Jungs Ansatz ([8], S. 187):

„Das **Kernstück des Beitrags Jungs zur modernen Psychologie** ist die Hypothese des **kollektiven Unbewußten**. In ihr ist eigentlich schon alles weitere enthalten:

das objektiv Psychische,
die psychoide Natur der Archetypen,
Synchronizität [Gleichzeitigkeit nicht kausaler Ereignisse],
Projektion,
Individuationsprozess,
und damit auch die Verbindung zum Religiösen und Mythologischen.

Die Hypothese des kollektiven Unbewußten markiert einen ähnlich revolutionären Wandel des Weltbildes, wie es die Wende vom geozentrischen zum heliozentrischen Weltverständnis war oder der Übergang von der klassischen Physik zur Quantenphysik, oder der Gödelsche Satz in der Mathematik.

Um den zeitlichen Rahmen, in dem sich die Wandlung vollzog, in Erinnerung zu rufen:

Hypothese des kollektiven Unbewußten, 1912 / Typologie, 1920,
abschließende Formulierung der Quantenmechanik, 1926,
Gödelscher Satz, 1931.“

Bei der *Typologie* geht Jung von vier psychischen Grundfunktionen aus ([8], S. 186):

Denken / Fühlen und Intuition / Empfinden.

Eine die Physik übergreifende Wissenschaft

Aus Brief von Pauli an Jung vom 27. Mai 1953 ([101], S. 119):

... Allerdings meinen die Träume nicht einfach die heutige gewöhnliche Physik, sondern sie bauen mir synthetisch eine Art correspondentia auf zwischen psychologischen und physikalischen Sachverhalten. Dabei werden die physikalischen und mathematischen Begriffe symbolisch ausgedehnt bis in das Unbewusste im Allgemeinen und in die Individualpsyche im Besonderen.

Aus Brief von Pauli an Jung vom 27. Februar 1953 ([101], S. 93): Analogien zwischen Physik und Psychologie:

Quantenphysik

einander ausschließende komplementäre Versuchsanordnungen zur Messung des Ortes einerseits, der Bewegungsgröße andererseits.

Unmöglichkeit, die Versuchsanordnung zu unterteilen, ohne das Phänomen wesentlich zu ändern.

Psychologie des Unbewussten

naturwissenschaftliches Denken - intuitives Fühlen.

Ganzheitlichkeit des aus Bewusstsein und Unbewusstsein bestehenden Menschen.

Quantenphysik

Unberechenbarer Eingriff bei jeder Beobachtung.

Das Resultat der Beobachtung ist eine irrationale Aktualität des Einmaligen.

Die neue Theorie ist die objektive, rationale und eben deshalb symbolische Erfassung der Möglichkeiten des Naturgeschehens, ein genügend weiter Rahmen, um auch die irrationale Aktualität des Einmaligen aufzunehmen.

Psychologie des Unbewussten

Veränderung des Bewusstseins und des Unbewussten bei jeder Bewusstwerdung, speziell beim Vorgang der Coniunctio [Vereinigung von Gegensätzlichem, das wechselseitig komplementären Bezug hat.].

Das Resultat der Coniunctio ist das infans solaris [102], die Individuation.

Die objektive, rationale und eben deshalb symbolische Erfassung der Psychologie des Individuationsprozesses, weit genug, um die irrationale Aktualität des einmaligen Menschen aufzunehmen.

[102] Kind der Sonne. Ein symbolischer Ausdruck aus der mehr als 4000 Jahre alten ägyptischen Tradition.

Quantenphysik

Zu den Hilfsmitteln der Theorie gehört ein abstraktes mathematisches Zeichen ψ , komplexe Zahlen (Funktionen) in Abhängigkeit vom Raum (oder von noch mehr Veränderlichen) und von der Zeit.

Die zur Anwendung kommenden Naturgesetze sind statistische Wahrscheinlichkeitsgesetze. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff enthält wesentlich das Motiv „das Eine und die Vielen“.

Der Dialog zwischen dem Quantenphysik-Pionier Wolfgang Pauli und dem Begründer eines innovativen Teils der Psychoanalyse, Carl Gustav Jung war stark geprägt durch das Messprozess-Problem der Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie. Im Lichte der neuen konstruktivistischen Interpretation der Quantentheorie wird die interdisziplinäre Stringenz zwischen beiden Disziplinen noch deutlicher.

Psychologie des Unbewussten

Das Hilfsmittel der Theorie ist der Begriff des Unbewussten. Man soll nicht vergessen, dass das „Unbewusste“ unser symbolisches Zeichen ist für die Möglichkeiten des Geschehens im Bewusstsein, gar nicht so unähnlich jenem ψ .

Es wird eine Verallgemeinerung des Naturgesetzes vorgenommen durch die Idee einer sich selbst reproduzierenden „Gestalt“ des psychischen oder psychophysischen Geschehens, auch „Archetypus“ genannt. Die hierdurch zu Stande kommende Struktur des Geschehens kann als „Automorphismus“ bezeichnet werden. Sie ist psychologisch gesprochen „hinter“ dem Zeitbegriff.

12.2 Quantendialektischer Zugang zur Abarbeitung von Komplexität

Komplexität kommt typischerweise bei großen Institutionen (Staaten, Behörden, Konzerne, Kirchen, Bildungseinrichtungen ...) vor; und sie spielt bei der Datenverarbeitung (Computer, IT-Systeme) die entscheidende Rolle. Zwei Typen der Komplexität müssen unterschieden werden: zum einen die schiere Masse digitaler Information (bei IT-Systemen) und die Fülle weit verzweigter Entscheidungsabläufe (bei Institutionen); zum andern eine Komplexität, die komplementär, paradox, widersprüchlich, vielschichtig, facettenreich, unterschiedlich strukturiert ist.

Im ersten Fall lässt sich eine Top-Down-Hierarchie organisieren, die einer Entweder-Oder-Logik folgt. Im zweiten Fall bedarf es einer quantendialektischen Sowohl-Als-Auch-Logik. Im letzteren Fall geht es um partizipative Strukturen. Dies ist z. B. in der Demokratietheorie wesentlich; hier ist die gleichrangige Behandlung aller Bürgerinnen und Bürger (sowohl A als auch B ...) leitende Prämisse. Oder bei der Strukturierung von Leitungsgremien (Teamleitung, zu der alle an der Leitung Beteiligten gleichrangig beitragen). Im ersten Fall gibt es Entscheidungs-Eindeutigkeit. Im zweiten Fall bedarf es eines herrschaftsfreien (Habermas) fair strukturierten Diskurses. Ein heikler Punkt dabei ist der Umgang mit einem ggf. auftretenden Restrisiko eines nicht endenden Entscheidungsdiskurses. Die Qualität des organisatorischen Rahmens, der zur Entfaltung der Sowohl-Als-Auch-Dialektik nötig ist, lässt sich an der Vermeidung eines solchen Entscheidungs-Restrisikos ablesen.

Die traditionellen Computerwissenschaften gehen von klassischer Logik aus und benutzen hierarchisch strukturierte Computer-Architekturen, die auf einer Entweder-Oder-Schaltung basieren. Durch die Vernetzung einer riesigen Masse solcher Schaltungen entstehen sehr leistungsstarke Computer. Dem stehen Computer mit massiver Parallel-Architektur und Quantencomputer gegenüber. Hier wird die Sowohl-Als-Auch-Logik mit Hilfe des Superpositionsprinzips für informationstechnische Zustände verwirklicht, in Analogie zum Superpositionsprinzip für quantenphysikalische Zustände. Die Entwicklung dieser Technik ist Gegenstand intensiver Forschung.

I 2.3 Quantendialektischer Zugang zur Architektur der Wirtschaft

Eine soziale ökologische Marktwirtschaft entfaltet sich in der Spannung von Marktwirtschaft und sozialer Sicherheit und Ökologie. Die beiden Positionen verhalten sich quantenlogisch komplementär zueinander [103].

Der zentrale Begriff der Marktwirtschaft ist der freie Wettbewerb aller Wirtschaftsakteure. Der innovative Wettstreit mit Ideen, Fertigkeiten, Produkten, Konzepten soll der Vielfalt und einem produktiven, gedeihlichen Wirtschaften dienen. Marktwirtschaft darf nicht mit Kapitalismus verwechselt werden. Das leitende Prinzip des Kapitalismus ist die Akkumulation von Kapital: Das Kapital wird zum Selbstzweck. Davon zu unterscheiden ist der Einsatz von Kapital als ein wirtschaftliches Werkzeug, typischerweise in hoch differenzierten Wirtschaftsformen.

Dem Wettbewerb als ausschließlicher Prämisse ist seine Aufhebung inhärent. Das zeigt eine einfache Überlegung: Beim marktwirtschaftlichen Wettbewerb können sich einige Wirtschaftsakteure besser durchsetzen als andere. Sie verschaffen sich Wettbewerbsstärke, und treiben den Wettbewerb weiter. Schließlich gewinnen nur noch wenige, im Extremfall nur noch einer. Damit ist aber der Wettbewerb zu Ende. Das ist ein starkes Indiz dafür, dass dem Wettbewerb ein komplementärer Antagonist gegenübergestellt werden muss, um eine Balance und damit eine funktionierende Marktwirtschaft zu bekommen.

[103] Eberhard Müller: „Architektur der Gerechtigkeit. Ein Wirtschaftskonzept“. Radius-Verlag, Stuttgart, 2006.

Ein Komplement zum Wettbewerb, das die bleibende wirtschaftliche Existenz aller möglichen Wirtschaftssubjekte und damit aller Bürgerinnen und Bürger dauerhaft gewährleistet, ist die Verankerung sozialer Sicherheit in der Struktur einer Marktwirtschaft. Als existenzielle Voraussetzung des Fortbestands der Menschheit kommt die Ökologie zu den Prämissen einer Marktwirtschaft hinzu. Eine soziale ökologische Marktwirtschaft entfaltet sich aus der Komplementarität zwischen einerseits dem Leitbild des Wettbewerbs, und andererseits dem Leitbild sozialer und ökologischer Absicherung. Eine dem Typ nach quantendialektische Synthese aus der These Wettbewerb und der Heterothese soziale und ökologische Absicherung. Das in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts in Deutschland und Skandinavien entwickelte Sozialsystem, oder ein bedingungsloses Grundeinkommen sind Beispiele einer zum Wettbewerb komplementären sozialen Absicherung.

12.4 Konfliktreduktion durch Entterritorialisierung politischer und religiöser Spannungen

Für die Sicherheits- und Wirtschaftspolitik, wie auch für den Umgang mit religiösen Spannungen könnte eine Neubewertung des Raumbegriffs wesentlich sein. Die neue Kategorisierung des Raumbegriffs durch die Quantentheorie kann dazu Impulse geben.

Widerstreitende territoriale Ansprüche, nicht selten unter Bezug auf ein überhöhtes einseitiges Geschichtsbild oder auf eine Religion sind immer noch hartnäckige Auslöser von kriegerischen Konflikten. Eine Verabsolutierung der Rolle spezifischer Territorien ist oft ein kaum überwindbares Hindernis zu einer Konfliktlösung. Raum als eine ableitbare Ressource anstelle eines Begriffs eines a priori Raumes könnte konstruktive Bewegung in verhärtete Fronten bringen. In der globalen Wirtschaft ist diese Relativierung des Raums längst Realität. Globale Konzerne sind kaum noch räumlich eindeutig lokalisierbar. Gleichwohl agieren sie wirtschaftlich erfolgreich. Logisch ausgedrückt: Bezogen auf den geografischen Raum liegt ihr Feld der Aktivität auf einer „Meta-Ebene“. Vergleichbar mit der Meta-Ebene Hilbertraum der Quantentheorie bezüglich der Ebene der raumzeitlich konstruierten Quantenobjekte.